

# Groupe de travail: Homologie de Hochschild supérieure

Antoine Touzé

11 février 2019

## **Exp 0 : Introduction et répartition des exposés**

Date : 8 février 2019,                      « Orateur » : A. Touzé.

Référence principale du groupe de travail :

[P] Pirashvili, Hodge decomposition for Higher Hochschild Homology, Ann. ENS, 2000.

## **Exp 1 : Techniques simpliciales et homologie de Hochschild**

Date : 1er Mars 2019,                      Orateur : Ivan.

### **Programme :**

1. Rappels sur les objets simpliciaux : Objet simplicial dans une catégorie, exemple des catégories abéliennes, groupes d'homotopie.

[Weibel, an introduction to homological algebra, Chap. 8]

[Touzé, lectures on functor homology, pages 125-130]

2. Homologie de Hochschild  $H_*^Y(A, M)$  associée à un ens. simplicial  $Y$ .

(a) Définition de  $H_*^Y(A, M)$ .

(b) Prop :  $H_*^Y(A, M)$  est invariant par équivalence d'homotopie en la variable  $Y$ .

(c) Exemples : cas où  $A$  et  $M$  sont triviaux : Homologie de  $Y$ , Homologie de Hochschild classique =  $H_*^{S^1}(A, M)$ .

Références : [P, section 1.7] pour la définition du foncteur de Loday, et [P, introduction ou section 5.1 ou les 5 premières lignes de la section 2.1] pour la définition de  $H_*^Y(A, M)$ .

## Exp 2 : Algèbre homologique dans les $\Gamma$ -modules.

Date : 8 Mars 2019,

Orateur : Jun.

### Programme :

1. Définition de la catégorie des  $\Gamma$ -modules, et principales propriétés.  
Détails : Présenter les sections 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, de [P], ainsi que le produit tensoriel  $\otimes_{\Gamma}$  et les Tor associée dans la section 1.5 (Mais pas la proposition 1.6, qui fera l'objet de l'exposé 3)
2. Lien avec l'homotopie stable : définition de l'homotopie stable, lien avec l'algèbre homologique dans  $\Gamma - \text{Mod}$ .  
Détails : Présenter la section 2.1 de [P], en particulier la proposition 2.2 et sa démonstration.

## Exp 3 : Suites spectrales et Formalité.

Date : 15 Mars 2019,

Orateur : Jun.

### Programme :

1. Rappels sur la suite spectrale d'un double complexe.  
[MacCleary, a user's guide to spectral sequences]  
[Weibel, an introduction to homological algebra, Chap. 8]  
[Touzé, lectures on functor homology, pages 134-148]
2. Proposition 1.6 de [P] et sa démonstration.  
(On rappellera brièvement la catégorie homotopique des complexes comme dans Dold, la tour de Postnikov, les  $k$ -invariants, etc. afin de rendre cette démonstration compréhensible. On peut suivre :  
[Dold, Zur Homotopietheorie der Kettenkomplexe, Math. Ann., 1960]  
ou une référence plus moderne sur les catégories dérivées (??))

## Exp 4 : Décomposition de Hodge.

Date : 29 Mars 2019,

Orateur : Antoine.

### Programme :

1. Enoncé et démonstration du théorème 2.4 et du corollaire 2.5 de [P] (pour le théorème, on présentera les foncteurs  $\mathcal{J}(C, M)$ , pour le corollaire, on admettra les annulations cohomologiques entre les  $\theta^i$ ).
2. Si le temps le permet, on présentera le théorème 2.7 de [P].