
Interrogation Ecrite no. 2

14 Avril 2011

Exercice 1 .

A l'aide d'un changement de variables, calculer les deux intégrales suivantes

$$\int_0^1 x e^{x^2+1} dx \quad , \quad \int_0^1 \sin(2t+1) dt$$

Exercice 2 A l'aide d'un changement de variables, calculer une primitive de

$$\int \frac{1}{1+2u} du$$

Ensuite et à l'aide du changement de variables $u = \sqrt{t}$, calculer

$$\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{t}+2t} dt$$

Exercice 3 .

On considère la suite récurrente suivante

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = 2u_n - u_n^2 \end{cases}$$

(a) Etudier la monotonie de cette suite.

Illustrez à l'aide d'une étude graphique en posant $u_{n+1} = f(u_n)$ et en calculant les points fixes.

(b) La suite converge-t-elle (justifiez votre réponse et trouvez la limite si elle existe) ?

(c) Etudier la suite $\begin{cases} v_0 = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \\ v_{n+1} = 2v_n - v_n^2 \end{cases}$

(Indication : calculez v_1 et illustrez graphiquement la situation).

Exercice 4 . Vérifier que pour $n \geq 3$ nous avons la relation $n^2 > 2n + 1$. Ensuite et à l'aide d'un raisonnement par récurrence, montrer que

$$2^n \geq n^2 \quad \text{pour tout } n \geq 3$$