

Programme

Prérequis : M203, M204

- (10 h) Vocabulaire de la topologie générale, espaces métriques, espaces vectoriels normés.
- (10 h) Continuité, homéomorphismes, continuité uniforme. Applications linéaires continues.
 - (15 h) Compacité, connexité.
 - (10 h) Espaces métriques complets, théorème du point fixe.
 - (15 h) Différentielle d'une application d'un ouvert d'un espace normé dans un espace normé. Théorème des accroissements finis et applications de classe \mathcal{C}^1 .

Un aperçu sur des connaissances antérieures

M202 : Calcul différentiel

- Fonctions de plusieurs variables. Représentation graphique dans les cas simples : lignes ou surfaces de niveau, champs de vecteurs.
- Rudiments de topologie dans \mathbb{R}^n : boules, ouverts, fermés, voisinage, adhérence.
- Limite en un point et continuité d'une fonction de plusieurs variables.
- Calcul différentiel dans l'espace de dimension n . Dérivées partielles de premier ordre et dérivées directionnelles. Différentielle et matrice Jacobienne. Espaces tangents. Accroissements finis. Fonctions continument dérivables.
 - Dérivées partielles de fonctions composées. Différentielle de f^{-1} , inversion locale (sans démonstration), coordonnées polaires, cylindriques, sphériques.
 - Dérivées partielles d'ordre 2. Hessien. Extremas libres. Extremas liés (une contrainte). Multiplicateurs de Lagrange.

M203 : Calcul intégral

- Séries numériques. Convergence, critère de Cauchy. Convergence absolue. Séries à termes positifs. Théorèmes de comparaison. Séries de Riemann. Règles usuelles : Cauchy, D'Alembert-Gauss, Abel, etc. Séries alternées. Série produit.
 - Intégrales généralisées. Convergence, critère de Cauchy. Convergence absolue. Intégrales de fonctions positives. Théorèmes de comparaison. Intégrales de comparaison de Riemann. Comparaison "série-intégrale".
 - Intégrales dépendants d'un paramètre (sur un intervalle fermé borné). Continuité. Dérivation. Intégration sous le signe "somme".
 - Intégrales multiples (doubles et triples). Esquisse de construction de l'intégrale de Riemann. Propriétés de base de l'intégrale. Intégrales doubles et triples sur les compacts élémentaires par rapport à une ou deux variables.
 - Fubini. Intégration en coordonnées polaires, cylindriques, sphériques.

M204 : Suites, Séries

- (20h) Suites et séries de fonctions. Convergence simple et convergence uniforme. Propriétés de commutation : théorème de la "double limite", théorèmes de continuité, dérivabilité, intégration. Convergence normale des séries de fonctions. Interprétation en termes d'espaces normés.
 - (15h) Séries entières. Lemme d'Abel et rayon de convergence. Somme et produit. Dérivation (complexe) et intégration terme à terme. Le problème du développement en série. Exponentielle complexe et autres développements usuels. Application des séries entières aux équations différentielles.

- (15h) Séries de Fourier. Polynômes trigonométriques, coefficients de Fourier. Interprétation préHILBERTienne des sommes de Fourier, inégalité de Bessel. Théorème de convergence de Dirichlet. Théorème de Fejer et applications (théorème d'approximation de WEIERSTRASS et formule de Parseval). Exemples d'utilisation des séries de Fourier (équation de la chaleur,...)

M207 : Complément de calcul différentiel

- (5 h) Différentielle d'une fonction. Fonctions de classe \mathcal{C}^p .
- (5 h) Théorème des fonctions implicites et théorème d'inversion locale (sans preuve) et globale. Difféomorphisme.
- (10 h) Surfaces paramétrées. Surfaces de niveau. Graphe d'une fonction. Plan tangent.
- (10 h) Champs de vecteurs et 1-formes différentielles. Analyse vectorielle. Coordonnées curvilignes orthogonales.
- (10 h) Intégrales curvilignes. Intégrale d'une 1-forme. Circulation d'un champ de vecteurs. Forme différentielle exacte et champ de gradient. Théorème de Green-Riemann.
- (10 h) Intégrales de surface. Intégrale d'une 2-forme. Flux d'un champ de vecteurs. Aire et centre d'inertie d'une surface. Théorème d'Ostrogradski. Théorème de Stokes.