

Test 2 - Probabilités, Statistiques

Arts et Metiers ParisTech 1A - SI

Calculatrice autorisée. Documents NON autorisés. **Le barème est indicatif.**

Exercice 1 (Modélisation d'une durée, 10 points)

Soit X une v.a. continue de densité

$$f(x) = \frac{C}{x+1} \mathbf{1}_{x \in [0, e-1]}.$$

1. On utilise X pour modéliser une durée qui ne peut pas dépasser la valeur $e - 1 \simeq 1,72$. Expliquer pourquoi cette densité se prête à cela. Les valeurs les plus fréquentes sont-elles celles au voisinage de 0 ou celles au voisinage de $e - 1$?
2. Calculer C pour que f soit bien une densité de probabilité.
3. Déterminer la fonction de répartition F de X .
4. Calculer $\mathbb{P}(X > 1,5 | X > 1)$ et $\mathbb{P}(X > 0,5)$. La variable X est-elle sans mémoire ?
5. Calculer l'espérance de X .
6. En utilisant que $x^2 = (x+1)^2 - 2x - 1$ calculer la variance de X .

Exercice 2 (Répartition salariale, 6 pts)

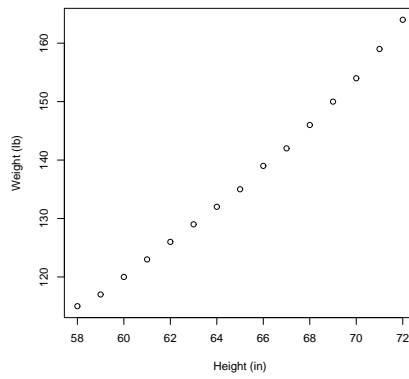
Dans une entreprise, les salaires (considérés comme une variable quantitative continue) sont :

Classe de salaire	Salaires mensuels	Nombre de salariés
1	[500, 2000[30
2	[2000, 3500[150
3	[3500, 5500[20

1. Tracer l'histogramme de la variable "salaire".
2. Tracer la fonction de répartition de la variable salaire (on rappelle que la variable de salaire est quantitative continue).
3. A partir du tableau des données groupées, calculer une approximation du salaire moyen.
4. Calculer la médiane de la distribution des salaires. Comparer au résultat de la question 3.

Exercice 3 (Relation poids-taille, 4 pts)

On étudie la relation poids - taille pour un échantillon de 15 Américaines âgées de 30 à 39 ans. On obtient le graphique suivant :



1. Que vous inspire ce graphique ?
2. On note X la variable taille et Y la variable poids. On donne :

$$\bar{X} = 65, \quad \bar{Y} = 136.73, \quad \overline{X^2} = 4243.67, \quad \overline{Y^2} = 18920.2, \quad \overline{XY} = 8952.07$$

Calculer la moyenne et la variance des variables **taille** et **poids**, ainsi que la covariance des variables **taille** et **poids**.

3. A partir des résultats des questions précédentes, calculer les estimateurs MCO de la régression suivante :

$$Y = aX + b + \varepsilon.$$