

Partiel TISD - Master Ingé. Math. - 8 nov. 2011

Durée 2 heures. Calculatrices autorisées. Formulaire autorisé.

Le sujet ne comporte qu'un seul problème, sur les dettes publiques, mais qui est composé de parties indépendantes.

chi.tran@univ-lille1.fr.

On s'intéresse aux dettes publiques en 2010 pour 131 pays, exprimées en pourcentage du produit intérieur brut (PIB) et recueillies sur :

http://fr.wikipedia.org/wiki/Liste_de_pays_par_dette_publicue

La définition retenue pour déterminer la dette publique est celle du *CIA World Factbook*. Le début des données avec l'explication des variables est en Annexe 1. Des statistiques descriptives univariées sont données en Annexes 2 à 5. La dette des pays européens est représentée en Annexes 6 à 8. Le code SAS se trouve en Annexe 9.

Partie A : description de la dette publique au niveau mondial

1. A partir de l'Annexe 2, décrire rapidement la distribution de la variable "dette" (indicateur de tendance centrale et de dispersion, asymétrie et aplatissement de la distribution, minimum, maximum).

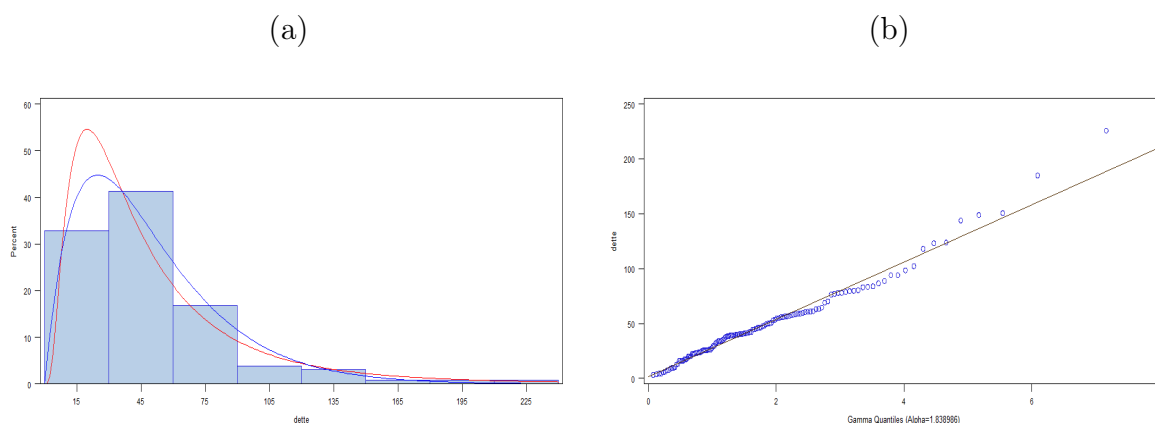


FIGURE 1 – (a) *Histogramme des dettes publiques pour les 131 pays de la base et superposition des densités des lois log-normale et gamma*; (b) *graphique quantile-quantile avec la loi gamma*.

2. Pour voir si la distribution de la dette suit une loi usuelle, on a testé l'adéquation à une loi log-normale (Annexe 3) et à une loi Gamma (Annexe 4). En considérant l'histogramme en Fig 1 (a) et les tests d'adéquations (Goodness of fit), peut-on considérer que nos données viennent d'une loi log-normale? d'une loi Gamma? En particulier, commenter l'adéquation graphique avec une loi Gamma donnée par le graphique quantile-quantile en Fig 1.(b).

Partie B : Etude des quantiles de la distribution

3. Quel est le quantile à 90% de la distribution des dettes? La dette de la France en 2010 s'élevait à 83,5% de son PIB. Qu'en déduire?

4. On sépare les 131 pays en 3 classes :
- Classe 1 : pays dont la dette est entre 0 et 30% du PIB,
 - Classe 2 : pays dont la dette est entre 30% et 100% du PIB,
 - Classe 3 : pays dont la dette est entre 100% et 225.6% du PIB.

On suppose qu'on n'a plus les données par pays, mais seulement les données pour ces trois classes, c'est-à-dire les données de l'Annexe 5. Construire (graphiquement) la fonction de répartition empirique de la dette.

5. La Grèce a une dette qui valait, en 2010, 144% de son PIB. A partir de la question 4, estimer (par le calcul) la proportion de pays moins endettés. Faire de même en interpolant les quantiles donnés en Annexe 2. Pourquoi ces résultats sont-ils différents? Quelle est la valeur exacte de cette proportion?

Partie C : Inégalité de l'endettement en Europe ?

On considère les 27 pays de l'Union Européenne (UE). Leurs dettes publiques sont détaillées à l'Annexe 6. En Annexe 7, on a résumé ces statistiques en regroupant ces pays par année d'entrée. En Annexe 8, on a résumé ces statistiques suivant que le pays est un pays du Sud (Espagne, Grèce, Italie, Malte, Portugal, Slovénie) ou pas.

6. A partir de l'Annexe 7, calculer la dette moyenne des pays de l'UE. Comparer avec la question 1.

7. On considère l'Annexe 8. Quelle est la dette moyenne des pays du Sud de l'UE? Quelle est la dette moyenne des autres pays? Faire une analyse de la variance pour dire si l'écart de la dette moyenne peut s'expliquer par les caractères géographiques.

8. A partir de l'Annexe 7, tracer la courbe de Lorentz qui extrapole les points (x_i, y_i) où :

- $y_i = \sum_{j=1}^i s_j / \sum_{j=1}^7 s_j$ où s_j est la somme des niveaux d'endettement des pays du groupe j .
- x_i est la fraction de pays représentés par les i groupes les moins endettés.

(Vérifier graphiquement que la courbe est bien convexe!)

9. Calculer l'indice de Gini correspondant à la courbe précédente. Comment l'interpréter?

Partie D : Liens entre le passage à l'euro et l'endettement

10. On veut savoir si le passage à l'euro est lié à l'endettement. A partir de l'Annexe 6, écrire la table de contingence qui croise le fait d'être passé à l'euro ou non (EUR=1 ou EUR=2) et le fait d'avoir ou non une dette plus grande que 75% du PIB.

11. Calculer les fréquences marginales de la table de contingence précédente.

12. Suite aux questions 10 et 11, faire un test du χ^2 pour dire si le fait d'avoir un niveau d'endettement supérieur ou inférieur au PIB est ou non indépendant du fait d'être passé à l'euro. Quelle est la loi de ξ sous l'hypothèse H_0 d'indépendance? Sous l'hypothèse alternative? On rappelle que la commande **R** suivante : `qchisq(0.95, 1)=3.841459`. Conclusion?