Examen L3 MASS - Tests - 30 mars 2012

Viet Chi Tran, `chi.tran@math.univ-lille1.fr`

Calculatrice, formulaire sur copie double, table de lois autorisés. Durée : 2h.
Dans tout l'examen, les tests seront au seuil $\alpha = 5\%$.

Exercice 1 (Ski)
Sur un échantillon de 20 sauteurs à ski, de 20 slalomeurs et de 20 descendeurs on note que respectivement 0, 5 et 10 athlètes présentent un surpoids.

1. Etablir le tableau de contingence du croisement des variables "discipline" et "présence d'un surpoids".
2. Etablir les distributions marginales.
3. Etablir les distributions conditionnelles des disciplines sachant que le sportif est/n'est pas en surpoids. Commentaires ?
4. Faire un test d'indépendance du χ^2. Conclure.

Exercice 2 (Somnifère)
Onze individus ont été traité avec un somnifère S puis un produit inactif I. Pour chacun des 11 sujets, le temps de sommeil moyen en minutes après traitement a été enregistré. On note $(X_1, \dots X_{11})$ les données sous S et $(Y_1, \dots, Y_{11})$ les données sous I :

S	560	470	580	570	550	480	460	540	620	550	620
I	590	530	430	360	430	570	490	480	380	400	350

1. On appelle F la fonction de répartition des durées de sommeil lorsque le patient a pris S et G celle des durées lorsque le patient a pris I. Dessiner ces fonctions de répartition sur le même graphique et commenter les courbes.
2. On se demande si le somnifère a vraiment un effet. Ecrire les hypothèses nulle et alternative.
3. En faisant un test du signe à partir de ces résultats, peut-on dire que le somnifère est efficace ?
4. Reprendre la question précédente en faisant un test de la somme des rangs (test de Wilcoxon).

Exercice 3 (Générateur de v.a. gaussiennes)
On a généré avec un logiciel statistique 10 valeurs $X_1, \dots X_{10}$ censées provenir de la loi normale $\mathcal{N}(0,1)$:

-0.397 0.293 0.534 -0.275 0.694 -0.087 -0.219 -0.707 -0.795 0.275

1. Faire un test de Kolmogorov-Smirnov pour tester l'adéquation de ces valeurs à la loi normale $\mathcal{N}(0,1)$ de fonction de répartition Φ. On notera F la fonction de répartition des variables X_i supposées i.i.d. et on choisira le test de Kolmogorov-Smirnov dont l'alternative est $H_1 \ : \ F \neq \Phi$.

On génère 10 autres valeurs $Y_1, \dots, Y_{10}$ i.i.d. de loi normale $\mathcal{N}(0.1, 1)$:

0.581 0.134 0.386 -1.669 -0.035 -0.747 -0.639 0.533 -2.075 0.647

2. Calculer les moyennes empiriques et les variances empiriques des échantillons $X_1, \dots, X_{10}$ et $Y_1, \dots, Y_{10}$.
3. Faire un test d'égalité des variances.
4. Faire un test d'égalité des moyennes en tenant compte du fait que la variance est inconnue. Conclure.