

Fiche 1 - M2 ISN

Séries temporelles

Tran Viet Chi, chi.tran@math.univ-lille1.fr, bureau 316 (bâtiment M3).

Exercice 1 (Simulations)

Simuler sur 400 pas de temps les séries suivantes, où ε_t est un bruit aléatoire gaussien centré de variance 1 et où s_t est une série d'effets saisonniers de période 12 dont les 12 premiers termes sont tirés de façon indépendante dans la loi uniforme sur $[0, 5]$:

$$\begin{aligned}y_t &= \varepsilon_t, & y_t &= s_t + \varepsilon_t, & y_t &= 0.3t + s_t + \varepsilon_t, \\y_t &= t \times s_t \times \varepsilon_t, & y_t &= \sin(t/30) \times \varepsilon_t, & y_t &= \sin(t/30) + \varepsilon_t, \\y_t &= 0.3y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (y_0 = 0), & y_t &= \varepsilon_t + 0.7\varepsilon_{t-1}, & y_t &= 0.6y_{t-1} + 0.3y_{t-2} + \varepsilon_t + 0.2\varepsilon_{t-1}.\end{aligned}$$

Exercice 2 (Concentration de CO_2)

Nous nous intéressons à la série y_t de la concentration du CO_2 à Mauna Loa (volcan des États-Unis situé dans l'État d'Hawaii) entre 1959 et 1997. L'océanographe américain Roger Revelle et son équipe ont lancé un programme sur le dioxyde de carbone atmosphérique au milieu des années 1950. Des mesures continues de la teneur de l'atmosphère en CO_2 sont réalisées à l'observatoire de Mauna Loa, et ces données servent à de nombreux chercheurs pour les études de prospectives et modélisations du climat. Cette série est disponible sous **R** sous le nom `co2`.

1. Représentez graphiquement la série. A quoi cela sert-il de désaisonnaliser la chronique étudiée ? A quel type de questions cherche-t-on à répondre lorsque l'on décompose une chronique ? Au vu du graphique, quel modèle de décomposition proposez-vous pour cette série ?
2. Nous allons adopter un schéma de décomposition additif pour cette série :

$$y_t = f_t + s_t + \varepsilon_t, \tag{1}$$

où f_t est la tendance de la série, s_t le coefficient saisonnier et ε_t le bruit. Rappelez la signification et les hypothèses habituelles faites pour ces différentes composantes. En particulier, rappelez le principe de conservation des aires pour les coefficients saisonniers. Pourquoi cette contrainte de renormalisation est-elle nécessaire ?

Lissage par moyenne mobile simple centrée sur 12 points

3. Rappelez le principe de la moyenne mobile simple centrée sur 12 points. Faire l'estimation en utilisant la commande :

```
resmm<-decompose(co2,type="additive")
```

4. Superposer au tracé de la série celui de la moyenne mobile, obtenue par `resmm$trend`. Commenter l'allure de la tendance estimée par moyennes mobiles.
5. Obtenir les résidus avec `resmm$random`. Vérifier que cette série est de moyenne nulle. Peut-on faire des hypothèses de loi sur les résidus au vu de la série obtenue à partir de la méthode "moyenne mobile" ? Quel est l'intérêt de ces hypothèses de loi, compte tenu du commentaire de la question précédente ?
6. Extraire les 12 coefficients saisonniers, par la commande `resmm$seasonal[1:12]`. Vérifier qu'ils satisfont au principe de conservation des aires. Commenter leurs valeurs.

7. Retrouver la valeur des coefficients saisonniers "à la main", sans utiliser la fonction `decompose`.

Estimation par MCO

Compte tenu des résultats de la question 4, nous adoptons le modèle suivant :

$$y_t = a t + b + s_t + \varepsilon_t. \quad (2)$$

8. Nous choisissons d'estimer a , b et les coefficients saisonniers par la méthode des MCO. Commenter la signification, dans ce cadre, des hypothèses classiques des MCO. Expliquer comment gérer les saisonnalités.
9. Réaliser la régression et commenter.
10. Comparer les coefficients saisonniers obtenus par MCO à ceux obtenus précédemment.
11. Comment utiliser les résultats précédents pour faire des prévisions ? Prévoir les valeurs de CO_2 pour l'année 1998.

Modèle ARMA du bruit

12. Obtenir la série des résidus de la régression.
13. Etudier cette série (moyenne, variance...).
14. A l'aide de la commande `acf`, tracer les auto-corrélations et auto-corrélations partielles de la série des résidus.
15. Estimer le modèle AR ou MA ou ARMA qui vous semble le plus approprié à l'aide de la commande `arima`.