

## Fiche 6 - L3 MASS - Tests

**Tran Viet Chi**, [chi.tran@math.univ-lille1.fr](mailto:chi.tran@math.univ-lille1.fr), bureau 316 (bâtiment M3).

### Exercice 1 (Accidents de la route)

On a relevé le nombre d'accidents mortels par heure sur un long week-end et on obtient le tableau suivant :

1. Quel est l'estimateur du maximum de vraisemblance pour une loi de Poisson de paramètre  $\lambda > 0$  ?

|          |        |   |    |    |    |   |   |           |
|----------|--------|---|----|----|----|---|---|-----------|
| Nbre     | 0 ou 1 | 2 | 3  | 4  | 5  | 6 | 7 | 8 ou plus |
| Effectif | 5      | 8 | 10 | 11 | 11 | 9 | 8 | 10        |

2. Peut-on accepter que le nombre d'accidents suit une loi de Poisson ?
3. Peut-on accepter que le nombre d'accidents suit une loi de Poisson de paramètre 5 ?

### Exercice 2 (Relevés)

On relève un échantillon de 50 observations :

|       |      |       |      |      |       |      |       |       |      |
|-------|------|-------|------|------|-------|------|-------|-------|------|
| 1,91  | 0,49 | 0,47  | 1,60 | 1,88 | 0,07  | 2,68 | 1,16  | -0,89 | 1,37 |
| 2,18  | 0,06 | 1,01  | 1,77 | 1,97 | 1,71  | 2,09 | 0,37  | 0,75  | 0,30 |
| -0,50 | 0,51 | 0,84  | 0,86 | 2,03 | 1,20  | 1,45 | 1,75  | 0,58  | 0,57 |
| 0,31  | 1,76 | -0,62 | 0,65 | 0,49 | -1,05 | 0,54 | 0,78  | 1,86  | 0,53 |
| 2,37  | 1,23 | 1,38  | 1,76 | 1,18 | 0,26  | 1,96 | -0,53 | 0,74  | 1,12 |

1. Grouper ces données en 5 intervalles de même longueur commençant à -1,025 et se terminant à 2,68.
2. Tester l'adéquation de la distribution empirique à la loi normale  $\mathcal{N}(0, 1)$ .
3. Tester l'hypothèse selon laquelle ces données sont issues d'une loi normale  $\mathcal{N}(0, 5; 1)$ .
4. Tester l'hypothèse selon laquelle ces données sont issues d'une loi normale de variance 1.
5. Tester l'hypothèse selon laquelle ces données sont issues d'une loi normale.
6. Tester l'adéquation à la famille des lois double-exponentielles de densité

$$f(x) = \frac{1}{2} \exp(-|x - \theta|)$$

où  $\theta$  est un paramètre inconnu.

### Exercice 3 (Générateur de nombres aléatoires)

On dispose des résultats de simulation suivants pour un générateur de nombres aléatoires :

|          |             |               |            |
|----------|-------------|---------------|------------|
| $X_i$    | $[0; 0,25[$ | $[0,25; 0,5[$ | $[0,5; 1]$ |
| Effectif | 622         | 615           | 1291       |

1. Quel est le nombre d'observations ? Calculer les fréquences empiriques.
2. Tester l'adéquation à la loi uniforme  $\mathcal{U}[0, 1]$ .

### Exercice 4 (Durée de vie de batteries)

On observe la durée de vie (en nombre d'heures) de 100 batteries de transistor.

1. Peut-on considérer que la durée de vie de ces transistors suit une loi exponentielle de moyenne 50 h ?

|           |          |           |           |            |             |
|-----------|----------|-----------|-----------|------------|-------------|
| Heure     | $[0,25[$ | $[25,50[$ | $[50,75[$ | $[75,100[$ | $[100,125[$ |
| Fréquence | 33       | 28        | 20        | 12         | 7           |

2. Peut-on considérer que la durée de vie de ces transistors suit une loi exponentielle ?

### Exercice 5 (Notes d'examen)

On obtient les notes suivantes pour un examen.

|                    |         |         |          |           |           |
|--------------------|---------|---------|----------|-----------|-----------|
| Note               | $[0,4[$ | $[4,8[$ | $[8,12[$ | $[12,16[$ | $[16,20]$ |
| Nombre d'étudiants | 8       | 52      | 102      | 96        | 42        |

1. Déterminer la moyenne et l'écart-type de ces observations ?
2. Peut-on considérer que la distribution des notes suit une loi normale ?