

## Fiche 5 - L3 MASS - Tests

Tran Viet Chi, chi.tran@math.univ-lille1.fr, bureau 316 (bâtiment M3).

### Exercice 1 (Test sur la variance d'une loi normale)

Soient  $X_1, \dots, X_n$  des variables i.i.d. de loi  $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$ .

**Partie 1 :** On commence par considérer le cas où  $m$  est connue. On souhaite tester  $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$  contre  $H_a : \sigma^2 = \sigma_1^2$ , avec  $\sigma_1^2 > \sigma_0^2$ .

1. Ecrire le modèle. Est-ce un modèle exponentiel ? Est-ce un modèle à RVM ?
2. Ecrire le rapport de vraisemblance.
3. En déduire une région critique pour le test ci-dessus.

**Partie 2 :** On considère maintenant le cas où  $m$  est inconnu. Reprendre les questions précédentes.

### Exercice 2 (Poids de pièces)

Le poids des pièces produites par un fabricant suit une loi  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ . Le fabricant garantit que les pièces qu'il produit respectent la norme  $\mu_0 = 100$  g et  $\sigma_0 = 0,5$  g. Cinq pièces relevées au hasard pèsent (en g) :

99,6 101,2 100,4 98,8 100,3.

On va tester si les normes du fabricant sont respectées sachant que le fabricant veut minimiser le risque de conclure à tort que les normes ne sont pas respectées.

1. Construire un test bilatéral de niveau 5% pour la moyenne  $\mu$ .
2. Construire un test unilatéral à droite de niveau 1% pour la variance  $\sigma^2$ .

### Exercice 3 (Calcul de taille d'échantillon nécessaire)

Soit  $X_1, \dots, X_n$  un échantillon de loi  $\mathcal{N}(\mu, \mu^2)$ .

1. Construire un test de  $H_0 : \mu = 81$  contre  $H_a : \mu = 75$ .
2. Quelle taille d'échantillon  $n$  faut-il choisir pour que le test soit de niveau  $\alpha = 5\%$  et pour que la puissance soit au moins égale à 95% ?

### Exercice 4 (Sexe des enfants)

Une enquête sur 160 familles de quatre enfants tirées au hasard permet d'établir la répartition suivante :

Nb de filles	0	1	2	3	4
Nb de familles	16	48	62	30	4

1. A chaque naissance, la probabilité d'avoir une fille est supposée égale à celle d'avoir un garçon. Quelles hypothèses supplémentaires doit-on faire pour ramener à une loi de probabilité simple la variable aléatoire  $X$ ="nombre de filles dans une famille de 4 enfants".
2. Les effectifs observés sur les 160 familles sont-ils compatibles avec l'hypothèse d'égalité des probabilités des sexes ? (au niveau 5%) ?
3. Peut-on accepter l'hypothèse que la probabilité d'un garçon soit 0,51 ?