# Fiche 3 - L3 MASS - Tests

**Tran Viet Chi**, `chi.tran@math.univ-lille1.fr`, bureau 316 (bâtiment M3).

**Exercice 1 (Vecteurs Gaussiens)**
Le but est de simuler et représenter graphiquement $n = 100$ vecteurs Gaussiens.

**1.** Simuler 2 suites indépendantes $(X_1, \dots, X_n)$ et $(Y_1, \dots, Y_n)$ de $n = 200$ v.a. $\mathcal{N}(0, 1)$ indépendantes.
**2.** Soit $a \in [0, 1]$. On définit $U_i(a) = aX_i + \sqrt{1 - a^2}Y_i$. Montrer que $U_i$ est une v.a. normale dont on calculera l'espérance et la variance.
**3.** Quelle est la corrélation de $X_i$ et $U_i(a)$ ?
**4.** Tracer graphiquement les points de coordonnées $(X_i, U_i(a))_{1 \leq i \leq n}$ pour $a$ variant entre 0 et 1.

**5.** Calculer $V_i = X_i^2$.
**6.** Quelle est la loi de $V_i$ ? Tracer son histogramme.
**7.** Superposer la densité de la loi du $\chi^2(1)$.

**8.** Tracer la densité de la loi $\mathcal{N}(0, 1)$.
**9.** Superposer les densités des lois de Student à $N$ d.d.l. en faisant varier $N$.

**Exercice 2 (Test sur l'espérance d'un vecteur Gaussien)**
Soit $n = 10$ et soient $X_1, \dots, X_n$ des v.a. i.i.d. de loi $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, avec $\sigma = 2$. On se propose de réaliser le test $H_0 \ : \ \mu = 3$ contre $H_1 \ : \ \mu = 4$.
**1.** Entrer dans Scilab l'échantillon suivant pour $X_1, \dots, X_n$ : 3.41 2.85 7.57 9.73 10.19 4.58 2.62 5.90 4.57 4.52.
**2.** D'après le cours, quelle est la région critique à 5% du test que l'on souhaite faire ?
**3.** Dans le cas de notre échantillon, quelle est la conclusion du test ?
**4.** Calculer la p-valeur associée à notre échantillon.

*En fait, l'échantillon a été simulé avec* $\mu = 4, 5$.

**5.** Simuler un échantillon $X_1, \dots, X_n$ avec $n = 1000$ et $\mu = 4.5$. Le vrai $\mu$ est donc $\mu = 4.5$, mais on suppose qu'on ne le sait pas et qu'on nous a juste donné $X_1, \dots, X_n$. Reprendre les questions 2 à 4.
**6.** Idem si $\mu = 2, 8$.

**7.** On considère maintenant $\mu = 3$. Simuler $N = 1000$ échantillons de taille $n = 100$. Pour chaque échantillon, calculer la statistique de test et la stocker dans un vecteur.
**8.** Quelle est la région critique dans ce cas ?
**9.** Pour les $N$ échantillons simulés, dans combien de cas est-on amené à rejeter à tort $H_0$ ?

**10.** Reprendre les questions précédentes mais avec $\mu = 4$. Dans combien de cas est-on amené à accepter à tort $H_0$ ?