

# DEUST GNM - Fiche 1

TRAN Viet Chi ([chi.tran@math.univ-lille1.fr](mailto:chi.tran@math.univ-lille1.fr), Bureau 316 Bâtiment M3)  
page web : <http://math.univ-lille1.fr/~tran/enseignements.html>

## Exercice 1 (Pour commencer)

1. Pour  $n = 1, 2, 3, 4$  calculer  $n!$
2. Calculer  $C_6^4, A_5^2$ .

## Exercice 2 (Ensembles d'entiers entre 1 et 10)

Soit  $E$  l'ensemble des 10 premiers entiers non nuls. On considère les trois sous-ensembles :

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, \quad B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \quad C = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}.$$

1. A-t-on :
  1.  $1 \in A$
  2.  $\{1\} \subset A$
  3.  $A \subset B \cup C$
  4.  $\{1, 2\} \subset A$
  5.  $(A \cap \{3, 5, 8\}) \cup \emptyset \subset B$
2. Déterminer les sous-ensembles suivants.
  1.  $(A \cup B)^c, A^c \cap B^c$
  2.  $(A \cap B)^c, A^c \cup B^c$
  3.  $A \cup A^c$
  4.  $A \cap B \cap C$
  5.  $(A \cup (B \cap C))^c$
  6.  $C^c \cap B^c$

## Exercice 3 (Réserve naturelle)

On considère l'ensemble des oiseaux d'une réserve naturelle. Soient :

$$A = \{x \mid x \text{ niche au sol}\}$$
$$B = \{x \mid x \text{ appartient à une espèce en voie de disparition}\}$$

Que signifient les événements  $A \cup B, A^c, A \cup B^c, (A \cup B)^c$  et  $A^c \cap B^c$  ?

## Exercice 4 (Centre d'épuration)

On a construit un centre d'épuration de l'eau. Soient les événements suivants :

$$A = \{\text{le mécanisme d'épuration présente un défaut}\}$$
$$B = \{\text{les poissons de la rivière sont malades}\}$$
$$C = \{\text{l'eau n'est pas bien épurée}\}.$$

1. Exprimer à l'aide des opérations ensemblistes les événements ci-dessous, et traduisez-les avec des phrases :

1. le mécanisme d'épuration présente un défaut, mais les poissons ne sont pas malades et l'eau est bien épurée (A seul est réalisé)
  2. A et C sont réalisés, mais pas B,
  3. les trois événements sont réalisés,
  4. l'un au moins des événements est réalisé,
  5. deux événements au moins sont réalisés,
  6. un événement au plus est réalisé,
  7. aucun des trois événements n'est réalisé,
  8. exactement deux événements sont réalisés,
  9. pas plus de deux événements sont réalisés.
2. Nous donnons :

$$\mathbb{P}(A) = 0,5\%, \quad \mathbb{P}(B) = 1\%, \quad \mathbb{P}(C) = 0,7\%, \quad \mathbb{P}(A \cap B) = 0,4\%$$

$$\mathbb{P}(A \cap C) = 0,45\%, \quad \mathbb{P}(B \cap C) = 0,6\%, \quad \mathbb{P}(A \cap B \cap C) = 0,45\%.$$

Calculer les probabilités des événements de la question 1.

### Exercice 5 (Dénombrements simples)

1. Combien de mots de passe de 8 symboles peut-on créer avec 66 caractères ?
2. Combien existe-t-il de nombres entiers formés de 3 chiffres distincts ?
3. Combien de plaques d'immatriculation différentes contenant 4 lettres suivies de deux chiffres peut-on faire ?
4. Un tournoi de pétanque est organisé. Il y a 24 participants, et on veut faire 6 équipes de 4 personnes. Combien de possibilités y a-t-il ?
5. Combien de possibilités y a-t-il pour ranger 2 boules identiques dans 4 tiroirs étiquetés a, b, c, d ?

### Exercice 6 (Tiroir à chaussettes)

Un tiroir contient  $2n \in \mathbb{N}$  chaussettes ( $n$  paires). Yoann, qui part en voyage a décidé d'emmener  $2r$  chaussettes ( $r \leq n$ ). Au moment de faire sa valise une panne d'électricité survient. Il prend donc  $2r$  chaussettes au hasard. Quelle est la probabilité qu'il n'y ait parmi ces  $2r$  chaussettes aucune paire complète ? Quelle est la probabilité qu'il y ait parmi ces  $2r$  chaussettes exactement  $k$  paires complètes, avec  $1 \leq k \leq r$  ?

### Exercice 7 (Bridge)

1. Au jeu de bridge, 13 cartes prises parmi 52 cartes distinctes sont distribuées à chacun des quatre joueurs. Combien de parties différentes peuvent-elles se présenter à ces quatre joueurs ?
2. Un jeu de 52 cartes contient 4 as. On forme au hasard 4 paquets de 13 cartes. Quelle est la probabilité que chaque paquet contienne un as ?

### Exercice 8 (Tableaux noirs)

Si 10 tableaux noirs doivent être affectés à 4 écoles, de combien de manières peut-on les répartir ? Qu'en est-il si chaque école doit recevoir au moins un tableau ?

### Exercice 9 (Loto)

Sur une grille de Loto, il y a 49 numéros, et le joueur doit en cocher 6. Lors d'un tirage, 6 numéros sont tirés.

1. Quelle est la probabilité d'avoir 6 bons numéros ?
2. Quelle est la probabilité d'avoir 3 bons numéros ?