

DEUST GNM - Devoir maison 1

TRAN Viet Chi (chi.tran@math.univ-lille1.fr, Bureau 316 Bâtiment M3)

page web : <http://math.univ-lille1.fr/~tran/enseignements.html>

Devoir maison à rendre pour le 5 mars.

Exercice 1 (Ballons et bonbons)

Trois enfants (Arthur, Béatrice et Cécile) lancent chacun un ballon en direction d'un panier de basket. Il est convenu que celui qui marquera gagnera un paquet de bonbons, et qu'en cas d'ex-æquo les vainqueurs se partageront le paquet. Si personne ne réussit son panier, chacun mangera le tiers des bonbons. En utilisant les événements :

$$\begin{aligned}A &= \{\text{Arthur marque un panier}\}, \\B &= \{\text{Béatrice marque un panier}\}, \\C &= \{\text{Cécile marque un panier}\}.\end{aligned}$$

écrire de façon ensembliste les événements suivants :

$$\begin{aligned}D &= \{\text{tous les trois réussissent à marquer}\}, \\E &= \{\text{aucun ne réussit à marquer}\}, \\F &= \{\text{Béatrice mange tous les bonbons}\}, \\G &= \{\text{les trois enfants mangent des bonbons}\}, \\H &= \{\text{Cécile mange au moins un bonbon}\}, \\I &= \{\text{Arthur ne reçoit aucun bonbon}\}.\end{aligned}$$

Parmi tous ces événements, lesquels sont des événements élémentaires ?

Exercice 2 (Ecriture binaire sur un octet)

Soit les codes (a_1, \dots, a_{16}) , suite de 16 chiffres binaires (0 ou 1).

1. Combien y-a-t-il de codes possibles ?
2. Combien y-a-t-il de codes s'écrivant
 - avec un seul zéro ?
 - avec deux zéros exactement ?
 - avec au moins un zéro ? (indication : on pourra commencer par le nombre de code sans aucun 0)

Exercice 3 (Urne)

On place dans une urne 10 boules numérotées de 1 à 10.

A. Dans un premier temps, les boules sont supposées indistingables au toucher.

1. Qu'implique cette hypothèse ?

2. On tire deux boules sans remise. Quel est le cardinal de l'ensemble des possibles Ω ? Quelle est la probabilité que la somme des points obtenus soit paire ?

(indication : pour que la somme soit paire, soit les deux boules portent des numéros pairs, soit les deux boules portent des numéros impairs. La somme d'un nombre pair et d'un nombre impair est impaire)

3. On tire les deux boules successivement, avec remise entre les tirages. Quel est le cardinal de Ω ? Quelle est la probabilité que la somme soit paire ?

B. Les trois boules 8, 9 et 10 sont maintenant plus lourdes, si bien qu'elles se trouvent au fond de l'urne et sont plus difficiles à tirer. On a la configuration suivante :

| | | | | | | | | | | |
|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|
| résultat | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Probabilité | 1/8 | 1/8 | 1/8 | 1/8 | 1/8 | 1/8 | 1/8 | 1/24 | 1/24 | 1/24 |

1. Vérifier qu'il s'agit bien d'une loi de probabilité.

2. Quelle est la probabilité de tirer un chiffre pair ?

3. On tire deux boules avec remise entre les tirages. Quelle est la probabilité de tirer deux chiffres pairs ? Quelle est la probabilité pour que la somme des numéros des deux boules tirées soit paire ?