Géométrie et Analyse sur des Espaces Singuliers

Lille / 26–28 mai 2005

Salle de Réunions – Bâtiment M2

	Jeudi 26
9:30-10:00	Accueil et café
10:00-11:00	K. Kurdyka
11:15-12:15	D. D'Acunto
14:00-15:00	V. Grandjean
15:15-16:15	L. Gavrilov
16:15-17:00	Pause café
17:00-18:00	Nguyen Tien Zung
18:15- ···	Cocktail

	Vendredi 27
9:00-9:50	G. Capitanio
10:00-11:00	R. Soufflet
11:00-11:15	Pause café
11:15-12:15	J.N. Damon
14:00-15:00	J. Schürmann
15:15-16:15	H. Hamm
16:15-17:00	Pause café
17:00-18:00	R. Uribe-Vargas

	Samedi 28
9:00-10:00	J.-M. Lion
10:00-10:15	Pause
10:15-11:15	G. Comte
11:30-12:30	J.N. Damon
	Fin

Gianmarco CAPITANIO (Paris VII), *Singularités d'enveloppes et familles tangentielles*
Une famille tangentielle est une famille de courbes émanées tangentiellement par une autre courbe. Je décrirai les singularités de ces familles et leurs enveloppes. En particulier, j'étudierai les familles tangentielles du point de vue de la géométrie de contact, ce qui permettra de voir la perestroika bec-à-bec des enveloppes planes comme contour apparent d'une perestroika "bec-à-bec legendrienne".

Georges COMTE (Nice), *Rotations de courbes*

Didier D'ACUNTO (Chambéry), *Inégalité du gradient de Łojasiewicz effective*
(travail en collaboration avec K. Kurdyka) Soit f un polynôme de $\mathbb{R}^n$ de degré donné d. Je donnerai dans

cet exposé une borne pour l'exposant de Łojasiewicz apparaissant dans l'inégalité du gradient. À cet effet je rappellerai la notion de fonds de vallées qui donne directement la borne voulue dans le cas d'un polynôme générique. En utilisant la théorie de l'intersection et une stratification (a_f) de Thom appropriée je montrerai que la borne obtenue dans le cas générique est encore vraie dans le cas général. La méthode employée est encore efficace pour calculer l'exposant de Łojasiewicz quand f est une fonction analytique ou définissable dans une structure o-minimale.

James DAMON (Chapel Hill),
I. *Scale-based geometry and its role in computer imaging* (colloquium)
As has occurred on a number of occasions in the past, specific physical problems force us to reexamine how we use mathematics to model the problems. One current example is in computer imaging where we must alter our idealized view of images as formed from objects with differentiable boundaries. Instead images are defined by color or grayscale functions which in reality are discrete and contain noise. As such they are realistically modelled by nondifferentiable even noncontinuous functions (or even measures). Nonetheless we still wish to obtain geometric features from such images. The introduction of scale in computer imaging has developed over the past twenty years to deal with these issues, principally through the use of specific algorithms for extracting information in the presence of noise. Scale then appears as an auxiliary variable leading to the notion of scale space. To effectively extract geometric properties from images, we must use methods which satisfy the additional criteria of being stable and defining geometric structures which can be described using a well-defined catalogue of local models. We explain how geometric properties which meet all of these criteria can be introduced in scale space. The mathematics which ensures these properties are satisfied involves a combination of differential topology (specifically singularity theory), the theory of distributions extending classical PDE methods, and methods from differential geometry.
II. *Global Geometric Properties of Regions in* $\mathbb{R}^n$ *using Skeletal and Medial Integrals*
Global geometric properties of a region G in $\mathbb{R}^n$ or its boundary B are typically expressed by integrals over either the region or the boundary. A classical example is when the region is a (solid) tube of radius r on a submanifold. Then, an alternate method for computing the volume of the tube is given by Weyl's volume of tubes formula, which expresses the volume as a polynomial in r with coefficients which are global curvature invariants of the center manifold M. We will describe how to extend this result replacing a tube by any generic region G. The central manifold is replaced by a skeletal-type structure encoding the geometry of G. Such a "skeletal structure" consists of a special type of Whitney stratified set, together with a multivalued vector field. The most prominent such example is the Blum medial axis M associated to the region. Then, rather than just express the volume, we more generally explain how general integral invariants of G or B can be expressed in terms of integrals over M. The integral formulas introduce a "medial measure" and involve expressions which capture the "radial geometry" of the multivalued vector field. We indicate several applications of such formulas.

Lubomir GAVRILOV (Toulouse), *Fonctions de Poincaré-Pontryagin d'ordre supérieur et intégrales itérées.*
Nous étudions le feuilletage polynomial perturbé $\mathcal{F}_\varepsilon$ dfini par $df - \varepsilon(Pdx + Qdy) = 0$. Soit $\mathcal{P}_\varepsilon(t) = t + M_k(t)\varepsilon^k + O(\varepsilon^{k+1})$ l'application de premier retour (holonomie) associée à une courbe fermée du feuilletage non-perturbé $df = 0$, et à une courbe transverse l, paramétrée par $t = f|_l$. Les zéros de la fonction M_k correspondent aux points fixes de $\mathcal{P}_\varepsilon$, et donc aux cycles limites de $\mathcal{F}_\varepsilon$. Lorsque $k = 1$, la fonction M_1 est une intégrale abélienne $M_1(t) = \int_{\gamma(t)} Pdx + Qdy$ où $\gamma(t)$ est une section localement constante du fibré homologique associé à la fonction f. Elle satisfait alors une équation de Picard-Fuchs d'ordre $n \leq \dim H_1(f^{-1}(t_0))$, où t_0 est un point générique. Lorsque $k > 1$, nous montrons que $M_k(t)$ est une intégrale itérée au sens de Chen. Nous en déduisons que M_k satisfait une équation fuchsienne dont la monodromie est contenue dans $SL(n, \mathbb{Z})$.

Vincent GRANDJEAN (Bath), *Inégalité du gradient à l'infini et application*
Étant donné une fonction suffisamment différentiable et définissable dans une structure o-minimale, on montre une inégalité du type Bochnak-Lojasiewicz au voisinage de l'infini et au voisinage d'une valeur critique asymptotique. On utilise cette inégalité pour décider de la trivialisation par le flot du gradient au voisinage de la valeur critique asymptotique. C'est un travail en collaboration avec Didier D'Acunto.

Helmut HAMM (Münster), *Transversalité et groupe de Picard algébrique*
Il est connu que la transversalité par rapport à une stratification de Whitney est importante pour la validité du théorème de Zariski-Lefschetz pour les variétés projectives non-compactes. Il est peut-être surprenant que la même chose vaille pour le groupe de Picard algébrique, même quand on ne peut pas appliquer le principe GAGA.

Krzysztof KURDYKA (Chambéry), *Some Inverse Mapping theorems in nonsmooth subanalytic case*
In 70's F. Clarke found an interesting sufficient condition for a lipschitz map to be locally invertible. The key point is the notion of generalized derivative which is the convex hull of the limits of the classical Fréchet differentials. In the talk I will give some generalizations of his approach the case of nonlipschitz maps. The motivation comes from the study of blow-analytic (or arc-analytic) homeomorphism which appear in classification singularities of analytic functions.

Jean-Marie LION (Rennes), *Théorème du complémentaire pour les sous-pfaffiens emboîtés*
Travail en collaboration avec Patrick Speissegger : on montre que la famille des pfaffiens emboîtés définis au dessus d'une structure o-minimale analytique est stable par passage au complémentaire.

Nguyen TIEN ZUNG (Toulouse), *Structure locale des singularités des systèmes dynamiques intégrables*
Je vais essayer de discuter la structure locale des singularités de systèmes dynamiques intégrables (à la Liouville ou au sens généralisé) d'un point de vue "singulariste". En particulier : la forme normale à la Birkhoff, la topologie de la "fibration de Milnor" associée, les groupes d'automorphismes.

Jorg SCHÜRMANN (Münster), *Motivic characteristic classes for singular spaces*
First we recall some classical facts about characteristic classes of vector bundles, in particular the generalized Hirzebruch Riemann-Roch theorem. Then we explain the history of the known examples of a functorial theory of characteristic classes of singular algebraic spaces. Finally we introduce our new motivic characteristic classes, which unify the Chern class transformation of Schwartz-MacPherson, the Todd class transformation of Baum-Fulton-MacPherson and the L-class transformation of Cappell-Shaneson. This is joint work with J.-P.Brasselet and S.Yokura.

Rémi SOUFFLET (Lyon), *Un critère d'arc-analyticité pour les fonctions sous-analytiques*
Une fonction arc-analytique est une fonction qui est analytique en restriction aux arcs analytiques. Ces fonctions interviennent - par exemple - dans l'étude des singularités réelles puisque, d'après un théorème dû à Bierstone et Milman, une fonction sous-analytique qui est arc-analytique est une fonction "analytique par éclatements". Le but de l'exposé est de présenter un critère d'arc-analyticité pour les fonctions sous-analytiques continues. Plus précisément, je montrerai que l'arc-analyticité est équivalente à l'analyticité en restriction à des arcs polynomiaux de degré uniformément borné (la borne ne dépendant que de la fonction).

Ricardo URIBE-VARGAS (Collège de France), *A new projective invariant associated to swallowtails and to the special parabolic points of surfaces*
We show some generic (robust) properties of smooth surfaces immersed in the real 3-space (euclidean, affine or projective), in the neighbourhood of a *godron*: an isolated parabolic point at which the (unique) asymptotic direction is tangent to the parabolic curve. We associated to each godron a projective invariant (a real number) ρ. The invariant ρ and the geometric properties of the godrons presented here are useful for the study of the local affine (projective) differential properties of swallowtails. In particular it is also possible, by projective duality, to associate a projective invariant to a swallowtail point of a surface of $\mathbb{R}^3$ in general position. For instance, we present all possible local configurations of the *flecnodal curve* (formed by the points at which there is a line having at least 4-point contact with the surface) at a generic swallowtail in $\mathbb{R}^3$. We present some global results, for instance: *in a hyperbolic disc of a generic smooth surface, the flecnodal curve has an odd number of transverse self-intersections.*