

MAÏDA MYLÈNE

Articles acceptés dans des journaux à comité de lecture

- [1] A. Guionnet, M. Maïda, [Character expansion method for the first order asymptotics of a matrix integral](#), **Probability Theory and Related Fields**, Vol.132, No 4 (2004).
- [2] A. Guionnet, M. Maïda, [An asymptotic log-Fourier interpretation of the R-transform and related asymptotics of the spherical integrals](#), **Journal of Functional Analysis**, Vol.222, No 2 (2005).
- [3] M. Maïda, J. Najim, S. Péché, [Large deviations for weighted empirical mean with outliers](#), **Stochastic Processes and Their Applications**, Vol.117, No 10 (2007).
- [4] M. Maïda, [Large deviations for the largest eigenvalue of rank one deformations of Gaussian ensembles](#), **Electronic Journal of Probability**, Vol.12 (2007).
- [5] T. Lévy, M. Maïda, [Central limit theorem for the heat kernel measure on the unitary group](#), **Journal of Functional Analysis**, Vol. 259, No 12 (2010).
- [6] P. Bianchi, M. Debbah, M. Maïda, J. Najim, [Performance of Statistical Tests for Single-Source Detection Using Random Matrix Theory](#), **IEEE Transactions on Information Theory**, Vol.57, No 4 (2011).
- [7] F. Benaych-Georges, A. Guionnet, M. Maïda, [Large deviations of the extreme eigenvalues of random deformations of matrices](#), **Probab. Theory Related Fields**, Vol. 154, no. 3 (2012), 703–751.
- [8] F. Benaych-Georges, A. Guionnet, M. Maïda, [Fluctuations of the extreme eigenvalues of finite rank deformations of random matrices](#), **Electronic Journal of Probability**, Vol.16 (2011).
- [9] C. Donati-Martin, M. Maïda, [Large deviations for the largest eigenvalue of an Hermitian Brownian motion](#), **ALEA, Lat. Am. J. Probab. Math. Stat.** 9 (2), 501-530 (2012).
- [10] E. Maurel-Segala, M. Maïda, [Free transport-entropy inequalities for non-convex potentials and application to concentration for random matrices](#), **Probability Theory and Related Fields**, Volume 159, Issue 1, pp 329-356 (2014).
- [11] T. Lévy, M. Maïda, [On the Douglas-Kazakov phase transition](#), **ESAIM Proceedings and Surveys**, Volume 51 (2015).
- [12] C. Donati-Martin, B.Groux, M. Maïda, [Convergence to Equilibrium in Free Fokker-Planck Equation With a Double-Well Potential](#), **Annales de l'Institut Henri Poincaré**, Volume 54, Number 4 (2018), 1805-1818.
- [13] D. Chafaï, A. Hardy, M. Maïda, [Concentration for Coulomb Gases and Coulomb Transport Inequalities](#), **Journal of Functional Analysis**, Volume 275, Issue 6 (2018).

Travaux soumis

- [14] D. Dereudre, A. Hardy, T. Leblé, M. Maïda, [DLR equations and rigidity for the Sine-beta process](#), <https://arxiv.org/abs/1809.03989>
- [15] A. Guionnet, M. Maïda, [Large deviations for the largest eigenvalue of the sum of two random matrices](#) <https://arxiv.org/abs/1810.02538>

Actes de conférences

- [A1] M. Maïda, [A Log-Fourier Interpretation of the R-Transform and Related Asymptotics of the Spherical Integrals](#), **Oberwolfach reports**, 2005.
- [A2] L. Cardoso, P. Bianchi, J. Najim and M. Debbah, M. Maïda, [Ecoute Coopérative de Spectre pour la Radio Cognitive](#), **Proceedings du GRETSI**, Dijon, France, 2009.
- [A3] P. Bianchi, J. Najim, M. Debbah, M. Maïda, [Performance analysis of some eigen-based hypothesis tests for collaborative sensing](#), **SPP 2009**, Cardiff.

- [A4] M. Maïda, [Fluctuations and large deviations of some perturbed random matrices](#) in *Random Matrix Theory, Interacting Particle Systems, and Integrable Systems* (P. Deift and P. Forrester, eds.), Mathematical Sciences Research Institute Publications (2014)
- [A5] M. Maïda, [The Douglas-Kazakov phase transition](#), **Oberwolfach reports**, 2015.
- [A6] M. Maïda, [Large deviations for the largest eigenvalue of the addition of random matrices](#), **Oberwolfach reports**, 2019.

Autres travaux

- [G] A. Hardy, M. Maïda, [Processus ponctuels déterminantaux](#), **Gazette des mathématiciens**, Société Mathématique de France, 2018.
Ce papier a été traduit en anglais pour publication en 2019 dans la Newsletter of the European Mathematical Society.
- [HDR] M. Maïda, [Modèles matriciels déformés, mouvement brownien unitaire et transport libre](#), **Mémoire d'habilitation à diriger les recherches**, Université Paris-Sud, 2012.

0.1 Exposés de recherche

Sélection d'exposés et minicours

- 2019 **Marc Kac seminar**, Utrecht, Pays-Bas
- 2016 **The mathematics of disorder**, Bonn (minicours 3h)
- 2016 **Premier congrès de la Société Mathématique de France**, Tours
(exposé dans la session combinatoire et probabilités)
- 2014 **Journées MAS de la SMAI**, Toulouse (exposé plénier)

Exposés invités dans des conférences

- 2020 **Random matrices and applications**, New York (prévu)
- 2019 **Random matrices**, Oberwolfach (prévu)
- 2019 **London Mathematical Society “celebrating new appointments”**, Brighton (prévu)
- 2019 **New Directions in Mathematics of Coulomb Gases and Quantum Hall Effect**
Mittag-Leffler Institute, Suède (prévu)
- 2019 **Focus program on Applications of noncommutative functions**, Toronto (prévu)
- 2019 **Integrability and randomness in mathematical physics**, CIRM, Marseille (prévu)
- 2018 **Free probability theory**, Oberwolfach
- 2018 **Classical and quantum dynamics of interacting particle systems**, Cologne
- 2018 **Random matrices, maps, and gauge theories**, Lyon
- 2018 **Random matrices and free probability**, Los Angeles
- 2018 **Optimal and random point configurations**, Providence, USA
- 2017 **Brunel-Bielefeld workshop on random matrices**, Bielefeld
- 2017 **Women in probability 2017**, Munich
- 2017 **Critical Phenomena for random matrices and integrable systems**, Louvain
- 2017 **High dimensional probability**, Oaxaca, Mexique
- 2017 **Random matrices and determinantal processes**, CIRM, Marseille
- 2016 **Journées Mas de la SMAI**, session parallèle matrices aléatoires, Grenoble
- 2016 **Random product matrices**, Bielefeld
- 2016 **Journée Lille-Leuven**, Leuven
- 2015 **Forum femmes et maths**, Lille
- 2015 **The franco-romanian colloquium**, Bucarest
- 2015 **Free probability theory**, Oberwolfach
- 2015 **Journées matrices aléatoires et applications**, Versailles-Saint-Quentin
- 2015 **Random matrices and applications**, Hong-Kong
- 2014 **Lille-Leuven daily workshop**, Leuven
- 2011 **Franco-chinese summer school, Random matrices and applications**, Changchun, China
- 2010 **Large Random Matrices and their applications**, Telecom Paristech, Paris
- 2010 **Connections for Women : an Introduction to random matrices**, MSRI, Berkeley
- 2010 **ANR GranMa conference**, Paris
- 2010 **Free Probability and Large N Limit, II**, UCLA, Los Angeles
- 2009 **Brownian motion and random matrices**, AIM, Palo Alto, USA
- 2009 **Journées Matrices aléatoires**, Institut Henri Poincaré, Paris
- 2008 **Journées de Probabilités**, Ecole Polytechnique, Palaiseau
- 2007 **Journées Matrices aléatoires et physique**, Institut Henri Poincaré, Paris
- 2007 **Random matrices and Higher dimensional inference**, AIM, Palo Alto
- 2006 **Journées MAS de la SMAI**, session parallèle, Lille
- 2006 **XXVI European Meeting of Statisticians**, Torun, Poland
- 2006 **British Mathematical Colloquium, University of Newcastle**, England
- 2006 **Young European Probabilists**, EURANDOM, Eindhoven
- 2005 **Mini-Worshop on the Connes conjecture**, CIRM, Luminy
- 2005 **Free probability theory**, Oberwolfach
- 2004 **Journées de MAS de la SMAI**, session parallèle, Nancy

Exposés à des séminaires ou groupes de travail (liste non-exhaustive)

Toulouse (2003, 2007, 2010, 2013, 2016), Lyon 1 (2003), Strasbourg (2004), Besançon (2004), Grenoble (2004), Marseille (2004), Paris 10-Nanterre (2004), Paris 7 (2005, 2005, 2011, 2016), Paris 6 (2005, 2005, 2009, 2011), Paris-Sud (2005, 2009, 2011, 2013), Versailles (2005, 2009, 2019), Rennes 1 (2006), Paris 5 (2006), Compiègne (2006), Bordeaux (2009), Dauphine (2010), Rouen (2011), Lille (2013, 2014, 2016), Nancy (2013), Amiens (2016), Bristol (2017), Lancaster (2019), Queen Mary University London (2019).

1 Encadrement d'étudiants et jurys

1.1 Encadrement doctoral et postdoctoral

2018 -. : **Nguyen Tien Dat** : participation à l'encadrement, avec V.C. Tran (*Lille*), T.M. Pham Ngoc (*Paris Saclay*) et V. Rivoirard (*Paris-Dauphine*).

Déconvolution statistique de l'équation de Fokker-Planck

2017-. : **Mohamed Slim Kammoun**, co-encadrement avec A. Hardy (*Lille*).

Etude de processus ponctuels déterminantaux liés à des ponts markoviens

La thèse de Slim a déjà fait l'objet d'un article publié seul :

[Monotonous subsequences and the descent process of invariant random permutations](#), **Electronic Journal of Probability** Vol. 23 (2018).

2013 - 2016 : thèse de **Benjamin Groux**, co-encadrement avec C. Donati-Martin (Versailles)

Grandes déviations de matrices aléatoires et Équation de Fokker-Planck libre

La thèse de Benjamin a fait l'objet de deux publications :

— [Asymptotic Freeness for Rectangular Random Matrices and Large Deviations for Sample Covariance Matrices With Sub-Gaussian Tails](#), publié seul dans **Electronic Journal of Probability** Vol. 22 (2017)

— la publication [12].

Benjamin est maintenant professeur en classe préparatoire à Dunkerque.

2011 - 2012 : séjour postdoctoral d'**Emily Redelmeier** à Orsay, co-encadrement avec E. Maurel-Segala.

1.2 Jurys de thèse

J'ai participé aux jurys suivants :

Damien Passemier (directeur J. Yao) : 2011, Université de Rennes, *Inférence statistique dans un modèle à variances isolées de grande dimension*

Antoine Dahlqvist (**rapporteure**, directeur T. Lévy) : 2014, Université Pierre et Marie Curie, *Dualité de Schur-Weyl, mouvement brownien sur les groupes de Lie compacts classiques et étude asymptotique de la mesure de Yang-Mills*

Guillaume Cébron (directeur T. Lévy) : 2014, Université Pierre et Marie Curie, *Processus sur le groupe unitaire et probabilités libres*

Fanny Augeri (**rapporteure**, directeur C. Bordenave) : 2017, Université Toulouse 3, *Principes de grandes déviations pour des modèles de matrices aléatoires*.

Simon Le Stum (**présidente du jury**, directeurs D. Coupier et D. Dereudre) : 2017, Université Lille 1, *Existence et absence de percolation de modèles germes grains arrêtés*

Sandro Franceschi (directeurs I. Kourkova et K. Raschel) : 2017, Sorbonne Université, *Approche analytique pour le mouvement brownien réfléchi dans des cônes*

Raphaël Butez (**présidente du jury**, directeur D. Chafaï) : 2017, Université Paris Sciences et Lettres, *Polynômes aléatoires, gaz de Coulomb, et matrices aléatoires*.

Daniele Calandriello (directeurs A. Lazaric et M. Valko) : 2017, Université de Lille et INRIA, *Efficient Sequential Learning in Structured and Constrained Environments*

Thomas Hécart (**présidente du jury**, directeur B. Beckermann) : 2018, Université de Lille, *Sur l'optimalité de l'inégalité de Bernstein-Walsh à poids et ses applications aux méthodes de Krylov*

Peng Tian (**présidente du jury**, directeurs F. Merlevède et J. Najim) : 2018, Université Paris-Est, *Asymptotiques et fluctuations des plus grandes valeurs propres de matrices de covariance empirique associées à des processus stationnaires à longue mémoire*

Min Wang (directeur T. Simon) : prévu en juin 2019, Université de Lille, *Lois stables généralisées et lois stables libres*

David Garcia-Zelada (directeur D. Chafaï) : prévu en juin 2019, Université Paris Sciences et Lettres.

1.3 Encadrement au niveau master 2

2019 (en cours) **Imane Akjouj**, 4 à 6 mois, Université de Lille, M2 Recherche *Matrices aléatoires pour les réseaux biologiques complexes* (article de Stone)

2018 **Jacques Ung**, 6 mois, Ecole Centrale de Lille et M2 Université de Lille, co-encadrement avec R. Bardenet *Algorithmes de suivi de cibles, processus déterminantaux et mouvement brownien de Dyson* (article Olver, Rao, Trogdon)

2017 **Sébastien Ohleyer**, 6 mois, Ecole Centrale de Lille et M2 Université de Lille, co-encadrement avec R. Bardenet *Mouvement brownien de Dyson et processus ponctuels déterminantaux* (notes de cours Graczyk, livre Tao)

2017 **Mohamed Slim Kammoun**, 6 mois, Ecole Polytechnique de Tunisie, mémoire de fin d'études. *Integrable probability* (notes de cours de Borodin et Gorin)

2016 **Joseph Dzahini**, 6 mois, Université de Lille, M2 Recherche *Théorie non-asymptotique des matrices aléatoires* (livre de Vershynin)

2015 **Louis Filstroff**, 6 mois, Ecole Centrale de Lille et M2 Université de Lille, co-encadrement avec D. Coupier *Pavage par dominos du diamant aztèque*

2014 **Pierre Pfennig**, 6 mois, Ecole Centrale de Lille et M2 Université de Lille, co-encadrement avec P. Preux *Estimation non asymptotique de valeurs propres et vecteurs propres de matrices de covariance en grande dimension* (article Mestre)

2013 **Romain Descamps**, 6 mois, Ecole Centrale de Lille et M2 Université de Lille, co-encadrement avec P. Preux *Estimation non asymptotique de valeurs propres et vecteurs propres de matrices de covariance en grande dimension* (livre Bai-Silverstein)

2013 **Benjamin Groux**, 4 mois, Université Paris-Sud, M2 Probas-stats *Principe de grandes déviations pour les matrices aléatoires* (article Bordenave et Caputo)

1.4 Autres encadrements

Depuis 2009, j'ai également encadré plusieurs stages courts (3 à 6 semaines) ou mémoires au niveau L3/M1 :

2018 **Lyuben Lichev**, 6 semaines, stage de première année ENS Lyon *Four lectures on probabilistic methods for data science* (d'après Vershynin)

2015 **Mohamed Slim Kammoun**, 3 semaines, stage de première année Ecole Polytechnique de Tunisie et Ecole Centrale de Lille

Permutations aléatoires (d'après Chafaï et Malrieu)

2015 **Antoine Zurek**, mémoire de TER, Université de Lille

Analyse harmonique sur le groupe unitaire (d'après Faraut)

2014 **Yann Fournier**, 6 semaines, stage de première année ENS Rennes

Analyse sur les groupes de Lie (d'après Faraut)

2010 **Tony Février**, mémoire de magistère, Université Paris-Sud, co-encadré avec Olivier Bernardi

Marches aléatoires et réseaux électriques

2009 **Jérémy Rousselin**, mémoire de TER, Université Paris-Sud, co-encadré avec Olivier Bernardi

Méthode probabiliste pour les graphes

2009 **Henri Fichoux**, mémoire de TER, Université Paris-Sud

Autour de la notion d'entropie

En 2017, j'ai fait office de tutrice académique pour le stage de M2 Mathématiques du Risque et Actuariat de **Lamiaa El Aabassi**, encadrée par Emmanuel Deribere, ingénieur en finance de marchés chez Orfeor.

2 Diffusion des mathématiques

Depuis mon arrivée à Lille en septembre 2013, j'ai participé régulièrement (environ 2 exposés par année universitaire) à l'opération **Mathématiques itinérantes**. Il s'agit d'une action de promotion des mathématiques auprès des jeunes. Des chercheurs ou enseignants-chercheurs proposent un catalogue d'exposés pour des classes de collège et lycée. Ces exposés peuvent avoir lieu sur le campus lors de visites de classes, ou bien dans les établissements scolaires.

J'ai participé à l'organisation d'une demi-journée grand public dans le cadre du deuxième congrès de la SMF, avec un exposé de Vincent Borrelli, la remise des prix d'Alembert et Jacqueline Ferrand et une table-ronde sur la liaison entre le lycée et l'enseignement supérieur. Cet événement a rassemblé environ 300 personnes.

Pour le blog **Briques2math** <https://briques2math.home.blog/>, mis en place en 2018 par un groupe de collègues du département à destination des étudiants de licence, j'ai présenté quelques aspects des processus ponctuels déterminantaux dans une vidéo Youtube.

3 Enseignements

Depuis 2001, j'ai enseigné à tous les niveaux et pour des publics très divers. Je ne ferai pas la liste exhaustive des cours donnés mais je vais essayer d'en faire un résumé en soulignant les faits marquants :

Cours niveau M2

J'ai enseigné des cours d'**introduction aux matrices aléatoires et/ou aux probabilités libres en M2 recherche** à Paris-Sud et à Lille, un **cours de lecture sur la méthode de Stein** à Paris-Sud, un cours d'**introduction aux processus déterminantaux en M2 recherche** à Lille [ce cours fait l'objet d'un projet de publication]. J'ai enseigné le **calcul stochastique au niveau M2** sous plusieurs formes : TD à Paris-Sud, cours en M2 Recherche puis en M2 Mathématiques et Finance à Lille.

Cours en Licence de Mathématiques ou M1 Recherche

Ces cours sont des cours classiques ou des TD de **probabilités et statistiques** : probabilités discrètes en L2 Math à Lille (cours et TD), probabilités et statistiques en L3 Math à Lille et à l'ENS Lyon, probabilités avancées en M1 Recherche à Lille.

Préparation aux concours

J'ai effectué au cours du temps de nombreux enseignements de préparation à divers concours : [concours des écoles vétérinaires ou agro](#) par la voie universitaire (bio-concours) au niveau L2 à Paris-Sud, [mathématiques générales pour le CRPE](#) à Paris-Sud, [probabilités et statistiques pour le CAPES](#) à Paris-Sud, probabilités pour tous dans la [préparation à l'agrégation](#) à Paris-Sud, préparation à l'oral de l'agrégation et oraux blancs à l'ENS Paris et à Lille.

Enseignements externes

Outre la préparation bio-concours et le CRPE, j'ai effectué de [nombreux autres enseignements pour un public de non-mathématiciens](#) : bases du raisonnement en L1 de psychologie à Nanterre, statistique inférentielle en L2 de psychologie à Nanterre, algèbre linéaire en L2 éco à Nanterre, probabilités et statistiques en L1 de biologie parcours aménagé (pour bacheliers issu de la filière technologique notamment) à Lille, statistiques et applications (avec le logiciel R) en L3 MIASHS à Lille.

En particulier, j'ai une bonne expérience de l'enseignement des statistiques pour un public non-matheux jusqu'au niveau L3.

4 Résumé de mes travaux de recherche

Mes recherches s'inscrivent dans le cadre général de l'étude du comportement, asymptotique ou non-asymptotique, de systèmes de particules fortement corrélées, essentiellement par des techniques probabilistes (grandes déviations, concentration, probabilités libres). Dans mes travaux, les systèmes de particules considérés sont en interaction répulsive : elles peuvent être des valeurs propres de matrices aléatoires, des gaz de Coulomb, des processus ponctuels déterminantaux (ou plusieurs de ces choses à la fois !). Je vais m'efforcer ici de décrire brièvement les sujets abordés dans mes travaux et les résultats obtenus en les regroupant par thèmes. Cette brève description peut être complétée par la lecture de mon mémoire d'habilitation à diriger des recherches [HDR]. Les références renvoient à la liste des travaux de la section .

Spectre de la somme de deux matrices aléatoires

Plusieurs de mes travaux peuvent être rattachés à l'étude des modèles matriciels déformés. On peut énoncer le problème de la façon suivante : choisissons notre ensemble de matrices préféré, pour lequel on connaît bien le comportement global et local de son spectre (mesure spectrale asymptotique, convergence et fluctuations des valeurs propres extrêmes etc.) Ajoutons à notre matrice aléatoire une perturbation. Comment le spectre est-il affecté par cette perturbation ?

Dans les articles [4, 7, 8, 9, 6], nous étudions des perturbations de rang fini. Grâce aux inégalités de Weyl, on peut facilement vérifier que le comportement du spectre reste inchangé au niveau macroscopique. Seules les valeurs propres extrêmes peuvent être affectées de manière significative. Nous étudions les fluctuations et les déviations de ces valeurs propres extrêmes pour différents modèles de ce type. Récemment, dans [15], nous sommes revenues à ce type de problème pour traiter des perturbations plus générales, pas nécessairement de rang fini.

Avant de détailler ce groupe d'articles, nous présentons d'abord [2], puisque plusieurs des travaux ultérieurs s'appuient dessus. Dans ce travail, nous nous intéressons à une intégrale matricielle, dite d'Itzykson-Zuber, bien connue des physiciens et qui est donnée par

$$I_N(A_N, B_N) := \int e^{N \operatorname{tr}(A_N U B_N U^*)} m_N(du)$$

où m_N est la mesure de Haar sur le groupe unitaire (ou orthogonal), dans le régime où l'une des deux matrices, disons B_N , est de rang fixé (indépendant de la taille N des matrices). L'asymptotique fait intervenir une fonctionnelle bien connue en probabilités libres, la R -transformée. D'un point de vue théorique, les résultats obtenus dans ce travail nous ont permis de donner une nouvelle preuve de l'additivité de la R -transformée par convolution libre. En fait l'intégrale d'Itzykson-Zuber apparaît notamment lorsqu'on exprime la loi jointe des valeurs propres de certains modèles matriciels déformés, par exemple de la forme $W_N + A_N$, avec W_N une matrice gaussienne hermitienne et A_N une matrice déterministe de rang un.

En affinant les résultats obtenus dans [2], j'ai pu montrer dans [4] un résultat de grandes déviations pour la plus grande valeur propre dans le cadre d'une perturbation de rang un.

Outre leur intérêt théorique visant à répondre à des questions d'universalité, ce type de modèles intervient dans de nombreuses applications (finance, communications numériques) en lien avec la statistique en grande dimension et ont suscité beaucoup d'intérêt ces dernières années. J'ai eu l'occasion dans un travail en collaboration avec P. Bianchi, M. Debbah et J. Najim qui a donné lieu à la publication de [6], d'utiliser les techniques de grandes déviations précédemment citées dans un contexte d'applications aux communications numériques, notamment pour comparer l'efficacité de différents estimateurs qui ont été proposés pour tester la présence d'un signal dans un contexte de détection collaborative. De manière générale, les modèles déformés traduisent des problèmes d'inférence de type signal (modélisé par la déformation) plus bruit (modélisé par le modèle non déformé) et ont donc un très large champ d'applications potentielles. L'ensemble de ces travaux a constitué une première approche des modèles matriciels déformés et nous ont permis de donner les premiers résultats de grandes déviations pour ces modèles, dans le cas de déformations de rang un.

Le problème de l'étude des déformations de rang fini strictement supérieur à un est plus délicat. Dans une collaboration avec F. Benaych-Georges et A. Guionnet, nous utilisons le fait que les valeurs propres de la matrice déformée sont les zéros d'un déterminant de taille fixée, qui dépend du rang de la déformation plutôt que de la taille des matrices. Ceci nous a permis, dans deux articles jumeaux, d'étudier les fluctuations et les déviations des valeurs propres extrêmes de nombreux modèles déformés. Nous obtenons un ensemble très complet de résultats. Si l'étude des fluctuations étaient déjà l'objet de nombreux travaux, dont nous généralisons un certain nombre dans [8], les grandes déviations n'avaient pas du tout été abordées dans la littérature et [7] constitue le premier ensemble de résultat dans ce sens.

Un autre travail [9], que j'ai effectué avec Catherine Donati-Martin, est apparenté à l'étude des modèles déformés : nous considérons le mouvement brownien hermitien, qui est une version dynamique de l'ensemble unitaire gaussien et nous étudions les déviations du processus de sa plus grande valeur propre. Comme on s'autorise à partir d'une condition initiale qui est une matrice de rang un, cela correspond à temps fixé à une déformation de rang un d'une matrice de l'ensemble unitaire gaussien. Là encore, nous obtenons pour ce modèle un principe de grandes déviations pour le processus de la plus grande valeur propre, répondant à une question relativement naturelle dans ce contexte qui nous avait été posée par Marc Yor.

Si toutes les déformations considérées dans les travaux précédents étaient de rang fini, nous abordons, dans un travail récent [15] avec A. Guionnet le problème de déformations quelconques. Plus précisément, si A_N et B_N sont deux matrices hermitiennes déterministes et U_N une matrice aléatoire unitaire distribuée selon la mesure de Haar sur le groupe unitaire (ou orthogonal), on sait depuis les travaux de Voiculescu dans les années 90 que le spectre limite de la matrice $A_N + U_N B_N U_N^*$ se comporte asymptotiquement comme la convolution libre des mesures spectrales limites respectives de A_N et B_N . La limite presque sûre de la plus grande valeur propre d'une telle matrice a été décrite, notamment dans des travaux de Capitaine, Donati-Martin et Février. Dans [15], nous parvenons à établir un principe de grandes déviations pour cette plus grande valeur propre. La stratégie consiste à tilter la mesure de Haar sur le groupe unitaire via une intégrale d'Itzykson-Zuber telle que décrite plus haut. On peut alors utiliser les résultats asymptotiques de [2] pour obtenir le principe de grandes déviations recherché.

Autour du mouvement brownien unitaire

Outre le mouvement brownien hermitien étudié dans [12], un processus matriciel qui m'a beaucoup intéressée est le mouvement brownien sur le groupe unitaire \mathcal{U}_N . En collaboration avec T. Lévy, je me suis intéressée à son comportement en grande dimension. Il constitue un objet central dans la théorie de Yang-Mills quand le groupe de jauge est \mathcal{U}_N . P. Biane a montré la convergence de ce mouvement matriciel vers un processus libre appelé mouvement brownien unitaire libre. Avec T. Lévy dans [5], nous établissons un théorème de la limite centrale pour des fonctions $U \mapsto \text{tr}f(U)$ (assez régulières) sur le groupe unitaire et étudions la forme quadratique qui donne la covariance limite. Elle s'exprime aussi en termes du mouvement brownien unitaire libre. Cette covariance est difficile à analyser mais on peut montrer qu'elle converge en temps grand vers celle qui apparaît dans les travaux de Diaconis et Evans pour les fluctuations d'une matrice distribuée selon la mesure de Haar. Les techniques de preuve utilisent du calcul stochastique sur la variété \mathcal{U}_N , ainsi que dans le cadre des probabilités libres.

Plus récemment, toujours avec T. Lévy, nous avons continué à explorer des problèmes liés à la théorie de Yang-Mills en dimension deux. Lorsque la variété sous-jacente est la sphère, l'étude de la fonction de partition du modèle est reliée non pas au mouvement brownien unitaire mais au pont brownien unitaire.

Un résultat important en la matière pour les physiciens remontant à 1995 est dû à Douglas et Kazakov : ils montrent une transition de phase (d'ordre 3) pour les asymptotiques de la fonction de partition. Ce résultat n'avait pas reçu de preuve mathématique rigoureuse : c'est ce que nous faisons dans notre travail [11], qui permet de bien comprendre le lien entre cette transition de phase et un phénomène de saturation pour un problème de minimisation sous contrainte en théorie du potentiel.

Gaz de Coulomb

Enfin, le reste de mes travaux récents s'inscrit dans le cadre de l'étude des gaz des Coulomb, que j'ai menée en collaboration avec plusieurs collègues. Le premier travail dans cette direction est l'étude [10] avec E. Maurel-Segala pour les log-gaz à une dimension (aussi appelé ensembles unitairement invariants dans la terminologie des matrices aléatoires). Cette étude est liée à des inégalités fonctionnelles en probabilités libres. Dans les années 90, Talagrand a montré que la mesure gaussienne standard dans R^n vérifiait l'inégalité W_2 . On sait que pour diverses raisons, la loi semi-circulaire est l'analogie en probabilités libres de la gaussienne. Par ailleurs, dans les années 80, D. Voiculescu a introduit la notion d'entropie libre. Il est donc naturel de se demander si la loi semi-circulaire vérifie un analogue des inégalités de Talagrand, où la notion d'entropie classique est remplacée par sa version libre. P. Biane et D. Voiculescu ont répondu par l'affirmative à cette question. Hiai, Petz et Ueda ont ensuite généralisé ce résultat aux mesures d'équilibre associées à un potentiel strictement convexe (analogues libres des mesures log-concaves). Dans [10], nous avons généralisé leur résultat au-delà du cas convexe. Comme les mesures d'équilibre associées ne sont pas nécessairement à support connexe, on ne peut guère espérer une inégalité W_2 mais nous avons réussi à montrer pour ces mesures l'analogie libre de l'inégalité W_1 . De là, nous en déduisons une inégalité de concentration pour les log-gaz unidimensionnels.

Un peu plus tard, dans un article [13] avec A. Hardy et D. Chafaï, nous avons étendu ce type de résultats aux gaz de Coulomb en dimension deux ou plus (et en particulier aux log-gaz en dimension 2). À partir de nouvelles inégalités fonctionnelles, que nous avons appelées inégalités de transport de type Coulomb reliant les distances entre mesures de type Lipschitz bornée ou Wassertein et l'énergie coulombienne, nous montrons là encore des inégalités de concentration pour la mesure spectrale empirique du gaz. En particulier, cela donne des bornes de concentration pour l'ensemble de Ginibre meilleures que celles qui étaient connus jusqu'alors. Comme nous travaillons avec l'interaction coulombienne, la preuve de ces résultats est techniquement un peu plus simple que dans le cas à une dimension. Des arguments d'analyse fonctionnelle relativement élémentaires permettent en particulier de ne pas faire appel aux outils autour de l'énergie renormalisée, introduite ces dernières années par Sandier, Serfaty, Petraschke, Rougerie etc.

Plus récemment encore, nous nous sommes intéressés avec D. Dereudre, A. Hardy et T. Leblé aux propriétés du processus ponctuel Sine_β . Le travail [14] est soumis pour publication. Le processus déterminantal stationnaire dont le noyau est donné par la fonction sinus cardinal, usuellement désigné sous l'appellation *noyau sinus*, joue un rôle important dans la théorie des matrices aléatoires puisqu'il décrit de manière universelle le comportement microscopique des valeurs propres à l'intérieur du *bulk*. Il apparaît également dans d'autres contextes (modèles de croissance, théorie des nombres etc.) et est maintenant bien compris. Du point de vue de la physique statistique il permet de décrire le comportement local du log-gaz à une dimension lorsque l'inverse de la température β est égale à 2. Plus récemment, Valkó et Virag ont introduit une famille, indexée par $\beta > 0$, de processus ponctuels pour décrire le comportement local des ensembles β gaussiens. Pour chaque β le processus ponctuel Sine_β y est décrit via une famille infinie d'équations différentielles stochastiques couplées par un mouvement brownien en dimension deux. Dans ce travail, nous utilisons des outils de la mécanique statistique classique pour donner une description plus naturelle du processus Sine_β en tant que mesure de Gibbs. Plus précisément, nous montrons qu'il vérifie les équations de Dobrushin-Lanford-Ruelle (DLR) qui permettent de décrire la loi conditionnelle du processus dans une boîte sachant l'extérieur comme un log-gaz dans la boîte avec un potentiel créé par la configuration extérieure. À partir des équations DLR, nous donnons une preuve de la rigidité du processus Sine_β (sachant l'extérieur, le nombre de points dans une boîte est presque sûrement fixé) et de sa tolérance (sachant l'extérieur et le nombre de points, la loi du processus dans la boîte est absolument continue par rapport à la mesure de Lebesgue).

5 Projet de recherche et intégration à l'IMT

Je vais décrire ici brièvement mes travaux en cours de rédaction ainsi que quelques uns de mes projets de recherche. L'Institut de Mathématiques de Toulouse (IMT) est depuis longtemps un acteur majeur au niveau national et international dans le domaine des matrices aléatoires et des probabilités libres. Je pourrais sans doute facilement engager des collaborations enthousiasmantes avec Mireille Capitaine et Serban Belinschi dans le domaine des modèles déformés et des probabilités libres, avec Guillaume Cébron à propos de processus sur le groupe unitaire, avec Reda Chhaïbi sur les processus déterminantaux discrets en lien avec la théorie des représentations, peut-être aussi avec Franck Barthe ou Michel Ledoux dans le domaine des inégalités fonctionnelles.

Processus ponctuels déterminantaux

J'ai actuellement un ouvrage et un article en cours de rédaction sur le sujet des processus ponctuels déterminantaux.

En 2017 et 2018, avec A. Hardy, nous avons donné un cours de niveau M2 sur le thème des processus ponctuels déterminantaux (DPP), d'un volume d'environ 40 h. Cela nous a permis de couvrir ou au moins d'aborder pas mal de thèmes : théorie générale, exemples simples du type processus des retenues, DPP liés aux matrices aléatoires, simulation de DPP, convergence globale, variance et théorème central limite, convergence locale (en particulier universalité à la *Lubinsky*), applications des DPP en machine learning, propriétés de rigidité etc. Il nous a été proposé de rédiger ce cours pour publication dans la série *Cours spécialisés* de la Société mathématique de France.

Au cours de notre travail [11] avec T. Lévy, nous nous sommes intéressés à la fonction de partition d'une certaine théorie de jauge en deux dimensions qui avait été étudiée par Douglas et Kazakov notamment. Cette fonction de partition peut s'exprimer d'une part en fonction de la mesure spectrale empirique des valeurs propres du pont brownien sur le groupe unitaire et d'autre part, après une application de la transformée de Fourier, en fonction de la mesure empirique des lignes d'un tableau d'Young tiré selon une certaine mesure de probabilité. Si on considère les deux mesures empiriques, il existe une relation intrigante de réciprocité entre les deux densités dans la limite d'un grand groupe unitaire. Ce phénomène n'est pas isolé et nous avons collecté au fil du temps une petite collection d'exemples de couples de processus déterminantaux présentant cette propriété. Dans un travail en cours avec A. Hardy et T. Lévy, nous établissons le lien entre ce phénomène de réciprocité et un comportement local régi par le noyau sinus pour au moins l'un des deux processus déterminantaux impliqués. Ce travail est en cours de rédaction.

D'autres questions autour des mouvements et ponts browniens sur le groupe unitaire, en lien avec les théories de Yang-Mills, continuent de nous intéresser, notamment la question des grandes déviations pour le processus spectral empirique associé. Dans le cas hermitien, l'étude de ces grandes déviations avaient été initiées par T. Cabanal-Duvillard et A. Guionnet et au vu des progrès récents sur la connaissance des moments du mouvement brownien unitaire, dûs notamment à G. Cébron et A. Dahlqvist, il serait sans doute pertinent de se pencher sur ces questions.

Depuis septembre 2017, nous co-encadrons avec A. Hardy la thèse de Slim Kammoun. Dans la première partie de sa thèse, Slim s'est intéressé à des problèmes de plus longue sous-suite croissante pour des permutations aléatoires non uniformes et a étendu les résultats de Baik, Deift et Johansson à une grande classe de mesures invariantes par conjugaison. De manière générale, nous explorons plusieurs questions autour de processus déterminantaux discrets de type pont markovien, dans l'esprit des processus de Schur. Dans la perspective d'une intégration à l'IMT, ce type de question pourrait intéresser R. Chhaïbi.

Gaz de Coulomb

Comme je l'ai indiqué dans la section contenant le résumé de mes travaux, nous avons obtenu à l'automne, en collaboration avec D. Dereudre, A. Hardy et T. Leblé une description du processus Sine_β via les équations DLR. Cette description a d'ores et déjà été appliquée dans ce même article pour montrer la rigidité et la tolérance de ce processus ainsi que dans un article récent de T. Leblé dans lequel il montre un théorème central limite pour les statistiques linéaires de Sine_β , c'est-à-dire pour le log-gaz au niveau microscopique. De nombreuses questions sont encore à explorer à propos de ces équations DLR. On peut notamment se demander si le processus Sine_β est l'unique solution des équations DLR pour l'interaction logarithmique en dimension un, ou encore si tous les minimiseurs du principe de grandes déviations de T. Leblé et S. Serfaty vérifient DLR. Ces questions nous motivent pour améliorer encore notre compréhension du comportement local des gaz de Coulomb mais nous travaillons plus particulièrement en ce moment,

toujours avec D. Dereudre, A. Hardy et T. Leblé à établir des équations DLR pour le gaz de Coulomb en deux dimensions. C'est un problème difficile et la définition même des équations n'est pas claire mais si nous y parvenons, nous obtiendrons automatiquement la rigidité du gaz de Coulomb en deux dimensions par le même mécanisme que dans notre premier travail [14].

Applications de la théorie des matrices aléatoires et des DPP

Je m'intéresse également à plusieurs problèmes de mathématiques appliquées liés aux matrices aléatoires, aux probabilités libres ou aux processus déterminantiaux. Je commencerai par décrire deux projets qui sont liés à des encadrements de thèses.

Avec T.M. Pham Ngoc, V. Rivoirard et V. C. Tran, je participe à l'encadrement de Tien Dat Nguyen sur les aspects statistiques de la déconvolution libre par une loi semi-circulaire. Du point de vue probabiliste, la convolution libre par une loi semi-circulaire a été étudiée par P. Biane. Plus récemment, O. Arizmendi, P. Tarrago et C. Vargas se sont intéressés à des méthodes de subordination pour la déconvolution libre de manière générale. La question que l'on aborde ici est de proposer un estimateur pour la condition initiale d'une équation de Fokker-Planck libre (ou de manière équivalente de la déconvolution libre d'une mesure par une loi semi-circulaire) et d'étudier les propriétés d'un tel estimateur. Si déconvoluer un bruit gaussien a fait l'objet de nombreuses études en statistique mathématique, la déconvolution libre n'a à notre connaissance jamais été abordée sous ses aspects statistiques.

Dans une tout autre direction, j'encadre actuellement le mémoire de M2 d'Imane Akjouj, qui porte sur l'utilisation de la théorie des matrices aléatoires pour l'étude des réseaux biologiques complexes, notamment la stabilité des écosystèmes. Ce type de problématique a été introduite par R. May dans un article fondateur en 1972 : il fait le lien entre la faisabilité et la stabilité des écosystèmes d'une part et des conditions sur les valeurs propres extrêmes d'une matrice représentant les interactions d'autre part. Par rapport à d'autres applications désormais classiques de la théorie des matrices aléatoires, comme les réseaux de communication, la spécificité de ces problèmes est qu'ils mettent en jeu des modèles non-hermitiens qui, on le sait, sont difficiles à étudier. Mais il semble qu'il y ait maintenant une vraie demande de la part des écologues. Nous allons participer à un groupe de travail à Lille mis en place par J. Najim côté mathématiques et F. Massol côté écologie et je projette de coencadrer avec J. Najim la thèse d'Imane Akjouj. Là encore, l'IMT compte de nombreux atouts qui pourraient contribuer à l'épanouissement du projet, par exemple l'expertise de M. Costa sur les modèles de population ou encore celle de M. Capitaine sur les modèles non-hermitiens.

Par ailleurs, j'ai consacré pas mal d'énergie depuis mon arrivée à Lille pour faire vivre un groupe de travail transverse rassemblant des mathématiciens de plusieurs équipes (probabilités statistiques, analyse numérique, analyse) ainsi que des informaticiens, des spécialistes de traitement du signal ou de machine learning de INRIA ou de l'Ecole Centrale de Lille, des spécialistes de traitement d'images. Une trentaine d'exposés ont eu lieu entre 2015 et 2018 ainsi que des événements satellites (une conférence co-organisée avec A. Hardy en 2016, un mini-cours de Grégory Schehr en 2016, un cours de M2 en 2017, une conférence DPP et fermions organisée récemment par R. Bardenet et A. Hardy, de nombreux co-encadrements de mémoires de M2 (cf section 1.3)) ont permis de se forger un vocabulaire et une culture commune autour des matrices aléatoires et des processus déterminantiaux. Je n'ai pas encore entamé de collaboration effective mais j'aimerais approfondir plusieurs des questions qui ont émergé lors de ces échanges. On peut citer les questions d'inégalités de concentration effective pour des matrices aléatoires, pour lesquelles les bornes théoriques (impliquant par exemple la variance) sont remplacées par des bornes empiriques, les questions d'inégalités de concentration optimales pour les DPP ou encore la construction de dynamiques explicites (dans l'esprit du mouvement brownien de Dyson) laissant invariants certains DPP, en dimension plus grande que un.

Il me semble qu'un groupe de travail similaire à Toulouse pourrait par exemple attirer des collègues informaticiens qui travaillent sur des thématiques qui ne sont pas si lointaines. Je pense par exemple à Cédric Févotte (IRIT, ERC Factory), qui encadre en ce moment deux étudiants centraliens de Lille qui ont suivi notre M2 Recherche, notamment Louis Filstroff dont j'ai encadré le mémoire de M2.

Conclusion

En résumé, dans un avenir proche, mes principaux thèmes de recherche du côté théorique sont d'une part dans le prolongement de ma collaboration ancienne avec T. Lévy sur des problèmes inspirés de près

ou de loin par la physique mathématique et notamment la théorie de Yang Mills en deux dimensions et d'autre part dans celui de nos travaux récents sur les gaz de Coulomb avec Chafaï et Hardy puis Dereudre, Hardy et Leblé. Je m'intéresse par ailleurs aux applications à travers l'encadrement de deux projets l'un sur les aspects statistiques de la déconvolution libre et l'autre sur les applications des matrices aléatoires à l'écologie. Sur à peu près tous ces aspects, l'IMT est un cadre extrêmement favorable qui me permettrait de développer rapidement des collaborations et dans lequel je pourrais je l'espère apporter de nouveaux liens entre l'équipe de probabilités et statistiques et son environnement scientifique.