
INTERROGATION

13 avril 2018

[durée : 1 heure]

Les calculatrices ne sont pas autorisées. Une feuille A4 manuscrite recto-verso est autorisée. Tout autre document est interdit.

Exercice 1 Une urne contient 10 boules numérotées de 1 à 10 : les boules 1 et 2 sont blanches et les 8 autres boules sont noires. On tire simultanément 5 boules dans cette urne. On note B le nombre de boules blanches et N le plus grand des numéros obtenus.

- a) Donner un espace de probabilité $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), \mathbb{P})$ permettant de modéliser cette expérience aléatoire.
- b) Déterminer la loi de B . On précisera les valeurs possibles de B puis la probabilité de chacune.
- c) Soit $k \in \{1, \dots, 10\}$. Quelle est la probabilité que toutes les boules tirées portent un numéro inférieur ou égal à k ?
- d) Déterminer la loi de N .

Exercice 2 Soient $p \in]0, 1[$ et $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Les visiteurs d'un festival de jeux choisissent l'espace « jeux d'ambiance » avec la probabilité p et l'espace « jeux de stratégie » avec la probabilité $1 - p$, indépendamment les uns des autres.

On note X le nombre de visiteurs choisissant l'espace « jeux d'ambiance ».

- a) Il est entré 50 visiteurs ce matin.
 - (i) Donner un espace de probabilité $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), \mathbb{P})$ permettant de modéliser cette expérience aléatoire.
 - (ii) Quelle est la probabilité que tous les visiteurs aient choisi l'espace « jeux d'ambiance » ?
 - (iii) Quelle est la loi de X ?

b) On suppose maintenant que le nombre N de visiteurs est aléatoire et qu'il suit une loi de Poisson de paramètre α .

(i) Pour tout $(k, n) \in \mathbb{N}^2$, déterminer $P_{\{N=n\}}(X = k)$.

(ii) Quelle est la loi de X ?

(iii) Montrer que X et $N - X$ sont deux variables aléatoires indépendantes.