



Fiche n° 5 bis : TLC avec autonormalisation

Ex 1. *Intervalle de confiance (2 points), examen du 30 juin 2007*

Le tableau ci-dessous donne un 100-échantillon observé d'une loi de Bernoulli de paramètre inconnu p .

1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1
0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0

1) Calculez simplement la moyenne empirique et la variance empirique de cet échantillon¹.

2) En déduire un intervalle de confiance au niveau 96 % pour p par la méthode avec *variance estimée*. Quel résultat du cours vous permet de justifier cette méthode ?

Ex 2. On mène une enquête sur les dépenses des particuliers. Pour un certain bien, une étude auprès de 121 ménages a fourni les résultats suivants :

dépense moyenne : 42,84 euros

somme des carrés des écarts à la moyenne : 3036,70 euros².

Estimer par un intervalle de confiance à 98% la dépense moyenne de l'ensemble de la population.

Ex 3. La mesure du taux de cholestérol chez 350 personnes choisies au hasard dans une population a permis de recueillir des données x_1, \dots, x_{350} dont un article médical présente une synthèse où il est dit que

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{350}}{350} = 1,55g^{0/00} \quad \text{et} \quad \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{350} - \bar{x})^2}{349}} = 0,5$$

Construire un intervalle de confiance à 90% pour le taux moyen de cholestérol dans cette population, en précisant bien quelles hypothèses sont faites.

Entraînement supplémentaire facultatif

Ex 4.

1) On souhaite connaître le poids moyen des oeufs produits dans un poulailler industriel. Les oeufs étant calibrés avant d'être emballés, il est facile de connaître le poids (en grammes) de 300 oeufs pris au hasard. La somme des 300 poids obtenus est de 17903,3 et la somme des carrés des 300 poids est 1079994,3. Construire un intervalle de confiance pour le poids moyen μ des oeufs industriels au niveau de confiance 97%.

¹En évitant ici la méthode consistant à entrer les données une par une dans votre calculatrice!

2) On souhaite comparer le poids moyen de ces oeufs industriels avec celui des oeufs produits dans une ferme. On pèse cinq oeufs fermiers choisis au hasard et on obtient les résultats suivants : 72,01 73,89 66,25 58,29 55,29

(la somme est de ces nombres est 325,73, la somme de leurs carrés 21488,80)

On note m le poids moyen des oeufs produits dans cette ferme. En utilisant le fait que le poids des oeufs fermiers suit une loi gaussienne, construire un intervalle de confiance pour m au niveau de confiance 98%.

3) Donner également un intervalle de confiance à 90% pour l'écart-type σ du poids des oeufs fermiers.

Ex 5. Une nouvelle machine servant à produire des composants électroniques est mise en service. Parmi les premiers composants produits par cette machine, on en prélève 400, pris au hasard, et on les fait passer au banc d'essai : on les fait fonctionner pendant 24 heures en observant les pannes éventuelles. Sur les 400 composants testés, 380 fonctionnent correctement, et 20 tombent en panne.

Construire, au niveau de confiance 90%, un intervalle de confiance pour la proportion p de composants corrects produits par cette machine.