Université des Sciences et Technologies de Lille

Université du Littoral Côte d'Opale

Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis

D.E.A. Mathématiques Appliquées
Année universitaire 2003-2004

Présentation générale

Le D.E.A. de Mathématiques Appliquées est organisé conjointement par l'Université des Sciences et Technologies de Lille (établissement principal), l'Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis et l'Université du Littoral Côte d'Opale. A Valenciennes, le D.E.A. fait partie du Master Sciences et Technologies (spécialité : Mathématiques Appliquées aux Sciences de l'ingénieur). Ce D.E.A. s'adresse à des étudiants ayant déjà acquis de solides connaissances en mathématiques (niveau maîtrise).

Les mathématiques appliquées sont devenues un élément essentiel du progrès scientifique et technologique. Les différents domaines mathématiques concernés sont variés et en évolution rapide ; leur développement se traduit par un besoin accru en chercheurs mathématiciens.

Le D.E.A., par sa large gamme de cours, offre une formation théorique et appliquée couvrant les différents aspects de cette discipline :

- Approximation et Géometrie de la CAO (ACAO)
- Équations aux dérivées partielles et analyse numérique des EDP (EDP)
- Probabilités
- Statistique

Ainsi, les étudiants sortant du D.E.A. maîtrisent non seulement certains développements les plus récents des mathématiques appliquées mais, grâce au mémoire/stage, possèdent également une première expérience de réalisation de projet de recherche portant sur les applications d'intérêt scientifique et industriel.

Objectifs et Débouchés

L'année de D.E.A. est une transition entre enseignement classique de premier et deuxième cycle et la prise d'initiatives dans la découverte de problèmes actuels qu'ils soient théoriques ou liés aux applications, éventuellement industrielles.

Le projet pédagogique a été conçu selon quatre objectifs, qui sont d'offrir une formation la plus complète possible en mathématiques appliquées, de diversifier les niveaux d'abstraction des enseignements, de développer les interactions entre les différents axes enseignés et de favoriser les liens avec les équipes de disciplines voisines, notamment avec les autres laboratoires de l'école doctorale SPI (informatique, automatique, mécanique, IEMN par exemple) et les écoles d'ingénieurs (École Centrale, ENSAM, EUDIL, ENIC, par exemple).

Le D.E.A. de Mathématiques Appliquées vise à former :

- des chercheurs en mathématiques appliquées susceptibles de faire carrière dans l'enseignement supérieur et dans la recherche,
- des ingénieurs mathématiciens de haut niveau participant aux programmes de haute technologie de l'industrie dans les bureaux d'études industriels ainsi que dans les sociétés de service.

La poursuite en thèse (sous le régime boursier, contractuel ou d'enseignant-chercheur) reste la finalité première du D.E.A.. Le travail de thèse mené au sein des laboratoires associés, en collaboration éventuelle avec des industriels, sous la direction de chercheurs de la formation doctorale procure une formation à la recherche reconnue.

Laboratoires d'accueil

- Laboratoire de Mathématiques Appliquées (Analyse Numérique, Statistique et Probabilités) (FRE CNRS 2222),
  Université des Sciences et Technologies de Lille
- Laboratoire de Mathématiques Pures et Appliquées Joseph Liouville (UPRES-EA 2597), Université du Littoral Côte d'Opale
- Laboratoire de Mathématiques Appliquées et de Calcul Scientifique (UPRES-EA 2442), Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis

Responsable du D.E.A.

Bernhard BECKERMANN
Laboratoire de Mathématiques Appliquées (ANO)
Université des Sciences et Technologies de Lille
59655 - Villeneuve d'Ascq Cedex (France)
Adresse électronique : deaMA@ano.univ-lille1.fr

Renseignements pratiques

- Le candidat doit retirer et déposer un dossier d'admission pédagogique au

  Secrétariat Scientifique – Mme Bérat
  UFR de Mathématiques Pures et Appliquées – Bâtiment M2
  Université des Sciences et Technologies de Lille
  59655 Villeneuve d'Ascq Cedex
  Téléphone : +33 3 20 43 42 33, Télécopie : +33 3 20 43 43 02,
  Adresse électronique : Raymonde.Berat@univ-lille1.fr

  Date limite de dépôt des candidatures : **30 juin 2003**.
- Tout candidat **non titulaire** d'une maîtrise de mathématiques française (sans mention, mention MIM, mention mathématiques appliquées) doit présenter une demande de validation d'études (sans acceptation de la demande de validation d'études, une inscription en DEA est impossible).
  - Pour l'Université de Lille, veuillez vous adresser au Service scolarité 3ème cycle pour obtenir le pré-imprimé de demande de validation d'études.

    Service Scolarité 3ème cycle
    Bâtiment A3
    Université des Sciences et Technologies de Lille
    59655 Villeneuve d'Ascq

Tel. 03 20 43 44 69, adresse électronique : Scol-cycle3@univ-lille1.fr
Site Web : `http://ustl.univ-lille1.fr/suaio/pages/scol/3eme`

Le préimprimé de la demande peut être téléchargé à l'adresse ci-dessus, dates limites: demande de dossier jusqu'au **20 Mai 2003**, rétour du dossier avant le **15 juin 2003**.

- Pour l'Université du Littoral et l'Université de Valenciennes, après acceptation du dossier d'admission pédagogique, le Service scolarité 3ème cycle vous adressera le pré-imprimé de demande de validation d'études.

- Après autorisation, l'inscription se fait au début de l'année universitaire (jusqu'à mi-octobre) auprès des services administratifs des universités concernées.
- Quelques allocations de D.E.A. sont attribuées sur critère pédagogique. Les dossiers sont à retirer à la Scolarité 3ème cycle au moment de l'inscription.

Pour des renseignements plus amples concernant les objectifs du D.E.A. contactez

- J.-L. Bon (Labo de Maths Applis (Stat Proba), Lille), Jean-Louis.Bon@eudil.fr
- B. Beckermann (Labo de Maths Applis (ANO), Lille), Bernhard.Beckermann@univ-lille1.fr
- S. Nicaise (Labo MACS, Valenciennes), Serge.Nicaise@univ-valenciennes.fr
- P. Deuring (Labo LMPA, Littoral), Paul.Deuring@lmpa.univ-littoral.fr

ou tout autre enseignant du D.E.A. de Mathématiques Appliquées. D'autres sources d'information sont accessible à partir d'internet

- La page officielle du D.E.A. : `http://www.univ-lille1.fr/math/deaMA`
- Le service scolarité à Lille : `http://ustl.univ-lille1.fr/suaio/pages/scol/3eme`

Admission

L'autorisation d'inscription en D.E.A. est délivrée après examen du dossier des candidats.

La maîtrise (Mathématiques, Mathématiques Appliquées, Ingénierie Mathématique) est la voie d'accès normale. La sélection se fait au vu des résultats en licence et maîtrise.

Pour les étudiants non titulaires d'une maîtrise, l'inscription se fait sur dossier. Le plus grand compte sera tenu des programmes des enseignements suivis antérieurement et, éventuellement, l'inscription pourra s'accompagner d'une incitation à suivre un complément de formation de maîtrise.

Pour les écoles d'ingénieurs, l'accueil des élèves sortants ou en dernière année d'études se fait au vu des résultats scolaires, des motivations et sur entretien.

Les diplômes étrangers sont soumis à validation.

Organisation des études

Tronc commun (premier trimestre)

	thème	intitulé du cours
6 ECTS, 25h	Obligatoire: Analyse fonctionnelle appliquée	
Deux parmi les quatre cours suivants (2x6 ECTS, 2x25h)	ACAO EDP Proba Stat	Biorthogonalité et Applications Modélisation par EDP Processus stochastiques Statistique des processus à temps discret
2 ECTS, 25h 2 ECTS	Obligatoire : TD Outils informatiques (S+, LaTeX, Matlab) Obligatoire : Projet d'initiation à la recherche	

Cours spécialisé (deuxième trimestre)

Trois parmi les 8 modules suivants (3x6 ECTS, 3x25h)	ACAO EDP Proba Stat Autres	Matrices de Jacobi / Géométrie de la CAO Introduction à l'homogénéisation / Élements finis raffinés Grandes déviations / Martingales & Calcul Stochastique Fiabilité / La longue mémoire Une option d'un autre DEA de l'ED SPI
20 ECTS	Obligatoire : **Mémoire/Stage (troisième trimestre)**	

L'enseignement d'informatique au deuxième trimestre est attaché à certains cours spécialisés.

Au 1er trimestre, dans le tronc commun, l'étudiant suit 3 modules de 25h chacun, le module "Outils informatiques" et effectue le "Projet d'initiation à la recherche". Au 2nd trimestre, l'étudiant choisit 3 cours spécialisés de 25h. De plus, l'école doctorale propose un module "initiation à la recherche d'emploi" et un module de "méthodologie dans la recherche" (25h en tout).

Les étudiants assistent aux séminaires de recherche et/ou groupes de travail liés à leur choix d'options.

Sur avis des équipes enseignantes, un étudiant du D.E.A. Mathématiques Appliquées peut être autorisé à choisir, au niveau des cours spécialisés, l'un des cours d'un autre D.E.A. de l'école doctorale ou de 3ème année d'école d'ingénieurs.

Sans préjuger des enseignements et séminaires spécifiques qui pourront être ouverts ultérieurement au titre de l'école doctorale, on encourage les étudiants à enrichir leur formation en suivant, à titre d'exemple :

- soit un module du D.E.A. de Mathématiques pures (par exemple analyse fonctionnelle)
- soit un module du D.E.A. d'Informatique (par exemple Graphique, Bio-Informatique, Calcul formel, Architecture du parallélisme, Optimisation (méthodes et applications)).
- soit un module du D.E.A. de Mécanique (par exemple Méthodes asymptotiques – ondes et stabilité (filière Fluides), Schémas numériques (filière Fluides), Méthode des éléments finis (filière Solides).
- soit le module de CFAO en troisième année de l'ENSAM de Lille.

Comme première démarche de recherche il est demandé à l'étudiant au début du premier trimestre (octobre) de faire un "projet d'initiation à la recherche" où l'étudiant étudit un article ou un chapitre d'un livre dans un des domaines des cours du DEA. Le projet est prévu sur une durée de 2-3 semaines (en parallèle avec les enseignements en cours). Il est encadré par un des enseignants intervenant l'année en cours. Le projet est évalué par une soutenance orale.

Chaque étudiant choisit de faire son mémoire avec l'un des membres des équipes d'accueil attachées au D.E.A. Ce mémoire donne lieu à un rapport écrit et à une soutenance orale.

On encourage les étudiants à effectuer un stage soit dans un laboratoire privé ou semi-privé soit dans un laboratoire universitaire, en France (par exemple le laboratoire MASI, de l'Institut Blaise Pascal, l'Université de Versailles St Quentin, l'UTC de Compiègne, l'INRIA Sophia Antipolis) ou à l'étranger, notamment dans les universités auxquelles nous sommes liés par des accords de coopération comme Socrates ou le réseau universitaire franco-germano-russe piloté par l'équipe ANO. Dans certains cas le rapport de stage pourra tenir lieu de mémoire.

Contrôle des connaissances

Le D.E.A. est sanctionné par la moyenne de trois notes :

- la note du tronc commun (examen en janvier) égale à la moyenne des notes obtenues aux trois modules. Cette note peut être modifiée par l'ajout d'un bonus d'au plus un point pour le "Projet d'initiation à la recherche" et d'au plus un point pour le module "Outils informatiques" ;
- la note des options (examens en mars/avril) égale à la moyenne des notes obtenues aux trois options ;
- la note du mémoire.

Sous le régime européen du nouveau master, chacun des 6 cours du premier et du deuxième trimestre donne lieu a 6 crédits ECTS, le projet est noté sur 2 crédits ECTS, le module informatique sur 2 crédits ECTS et le mémoire/stage est noté sur 20 crédits ECTS.

Une deuxième session sera organisée en septembre 2004 pour les modules de tronc commun et les options.

Il est conseillé aux étudiants salariés de préparer le D.E.A. en deux ans (ils peuvent obtenir le D.E.A. à la fin de la première année mais ne peuvent pas suivre le D.E.A. en deux ans s'ils ne l'ont pas demandé dès la première inscription). L'autorisation de redoublement du D.E.A. n'est accordée qu'à titre exceptionnel et après décision d'une commission *ad hoc*.

L'autorisation d'inscription en thèse est accordée par le jury après délibération. En aucun cas, elle n'est automatique pour les étudiants reçus au D.E.A..

Calendrier de l'année scolaire 2003-2004

- Réunion de rentrée : Jeudi 25 Septembre 2003 à 10h, Salle de Réunion, Bât. M2, USTL
- Début des cours : Lundi 29 Septembre 2004.

NB: Vu l'expérience des dernières années, l'équipe d'enseignants conseille fortement aux étudiants de ne pas manquer les premières séances de cours.

Programme des cours
Année universitaire 2003-2004

Année universitaire 2003-2004
1er trimestre
Cours obligatoire

Analyse fonctionnelle appliquée
Ph. Heinrich

L'objectif de ce cours est de permettre une mise à niveau et de proposer des compléments en analyse fonctionnelle en vue d'une utilisation dans les divers enseignements spécialisés du D.E.A. de Mathématiques Appliquées. Les différentes notions abordées seront illustrées dans le cadre d'espaces fonctionnels classiques. Le cours devrait s'articuler autour des thèmes suivants :

- Espaces de Banach et de Fréchet.
- Quelques espaces fonctionnels classiques : L^p, espaces de Hölder, de fonctions de test, de Sobolev et de Besov.
- Dualité : topologies $*$-forte et $*$-faible. Espaces réflexifs.
- Bases dans les espaces de Banach : bases de Schauder, bases inconditionnelles.
- Meilleure approximation.
- Compacité en dimension infinie.
- Etude de quelques classes d'opérateurs ; en particulier, les opérateurs bornés et de Hilbert-Schmidt.
- Introduction aux ondelettes.

Bibliographie

- Adams, A., Sobolev spaces, Academic Press (1975).
- Brézis, H., Analyse Fonctionnelle, Masson (1983).
- Meyer, Y., Ondelettes et Opérateurs, t. I, Hermann (1990).
- Rudin, W., Analyse fonctionnelle.
- Schwartz, L., Topologie générale et analyse fonctionnelle.
- Triebel, H., Theory of function spaces II, Birkhaüser (1992).
- Yosida, K. Functional Analysis, Springer (1966).

Année universitaire 2003-2004
1er trimestre
Option ACAO

Biorthogonalité et Applications

C. Brezinski

La notion d'orthogonalité est très importante en analyse numérique et elle a de nombreuses applications. Les plus connues sont les polynômes orthogonaux et les formules de quadrature de Gauss ainsi que les méthodes de projection pour les systèmes linéaires.
Le but de ce cours est de présenter les concepts plus généraux d'orthogonalité et de biorthogonalité formelles et d'étudier leurs applications. Ces notions permettent d'aborder des problèmes très divers dans un cadre unifié et elles ouvrent de nombreuses perspectives.

Plan du cours

- Polynômes orthogonaux formels
  - Définitions et propriétés
  - Applications
    - Approximation de Padé
    - Méthodes de projection pour les systèmes linéaires
    - Contrôle linéaire
    - Méthodes d'extrapolation et applications
- La biorthogonalité
  - Le problème général de l'interpolation
  - Les familles adjacentes
  - Applications
    - Les polynômes biorthogonaux
    - Approximation de séries de fonctions
    - Transformations de suites

Bibliographie

- Brezinski, C., Padé–Type Approximation and General Orthogonal Polynomials, Birkhäuser–Verlag, Basel, 1980.
- Brezinski, C., Biorthogonality and its Applications to Numerical Analysis, Marcel Dekker, New York, 1992.
- Brezinski, C., Projection Methods for Systems of Equations, North–Holland, Amsterdam, 1997.
- Brezinski, C., Computational Aspects of Linear Control, Kluwer, Dordrecht, 2002.
- Brezinski, C., Redivo Zaglia, M., Extrapolation Methods. Theory and Practice, North–Holland, Amsterdam, 1991.

Année universitaire 2003-2004
1er trimestre
Option EDP

Modélisation par EDP
J. von Below, C. De Coster

- Classification des EDP: Équations hyperboliques, paraboliques et elliptiques
- Théorie d'existence des solutions faibles pour les équations elliptiques linéaires
- Équations d'évolution linéaires, semi–groupes des opérateurs de résolution
- Équations hyperboliques linéaires
- Théorie comparative des équations paraboliques non linéaires
- Introduction au calcul variationnel
- Méthodes variationnelles directes
- Équations elliptiques quasilinéaires, surfaces minimales
- Points critiques dans le calcul variationnel et théorèmes de point-selle et de mountain–pass

Bibliographie

- D. Gilbarg & N. S. Trudinger: *Elliptic partial differential equations of second order*, 1977.
- P. Grisvard: *Elliptic equations in non smooth domains*, 1985.
- F. John: *Partial Differential Equations*, 4e ed. 1991.
- O. A. Ladyženskaja: *The boundary value problems of mathematical physics*, 1985.
- O.A.Ladyženskaja, V.A.Solonnikov & N.N.Ural'ceva: *Linear and quasilinear equations of parabolic type*, 1968.
- O.A.Ladyženskaja & N.N.Ural'ceva: *Linear and quasilinear elliptic equations*, 1968.
- A. Pazy: *Semigroups of linear operators and applications to PDE*, 1983.
- M. Renardy & R. C. Rogers: *An introduction to partial differential equations*, 1993.
- R. Temam: *Infinite–dimensional dynamical systems in mechanics and physics*, 1988.
- W. Walter: *Differential and Integral Inequalities*, 1970

Année universitaire 2003-2004
1er trimestre
Option Proba

Probabilités: Processus Stochastiques

Yu. Davydov

Le but de ce cours est

1. d'étudier les principales classes de processus stochastiques;
2. de construire le mouvement brownien.
3. d'étudier les méthodes qui permettent de construire de bonnes versions des processus stochastiques.

Les grandes lignes du cours:

• Variables aléatoires à valeurs dans les espaces métriques séparables, lois relativement compactes et la notion de tension.
• Construction des processus stochastiques, théorème d'extension de Kolmogorov, régularité des trajectoires.
• Les processus vus comme des variables aléatoires valeurs dans des espaces fonctionnels.
• Principales classes de processus stochastiques:

- à accroissements indépendants,
- stationnaires,
- martingales,
- processus de Markov,
- processus ponctuels.

• Construction trajectorielle du mouvement brownien. Construction de la mesure de Wiener et théorème de Donsker.

Bibliographie

- Billingsley, P., Convergence of Probability measures, Wiley (1968).
- Revuz, D., Yor, M., Continuous martingales and Brownian motion, Springer (1991).
- Borodin, A.N., Salminen, P., Handbook of Brownian motion: facts and formula, Birkhauser (1996).

Année universitaire 2003-2004
1er trimestre
Option Stat

Statistique des processus à temps discret
M.-Cl. Viano

Les suites de variables dépendantes (ou processus à temps discret) sont intéressantes car elles permettent, par l'analyse de leurs dépendances, la construction de bonnes méthodes de prévision. Ce cours est donc entre autres une base indispensable pour comprendre les méthodes de prévision stochastique. Il est étroitement relié au cours de théorie des processus stochastiques.

• On commence par l'introduction des modèles (processus d'ordre deux, processus de Markov et martingales).

• La deuxième partie est consacrée au filtrage des processus d'ordre deux. Quelques applications aux modèles linéaires à courte mémoire seront traitées en exercice. Le filtrage sera de nouveau utilisé dans l'option consacrée aux processus à longue mémoire.

• En troisième partie on aborde l'estimation dans les processus du second ordre. Les problèmes sont essentiellement non-paramétriques: estimation de la suite des covariances, du spectre, ainsi que de l'espérance conditionnelle dans un modèle de régression non linéaire.

Bibliographie

- Dacunha-Castelle D. Duflo M. (1983) Probabilités et Statistiques: vol.2. Problèmes à temps mobile. Masson.
- Gihman I.I., Skorohod A.V. (1974) The theory of stochastic processes. Springer.
- Härdle W. (1990). Applied non-parametric regression. Econom. Soc. Monographs.
- William D. (1997). Probability with martingales. Camb. Math. Textbooks.

Année universitaire 2003-2004
1er trimestre
Cours obligatoire

Outils informatiques

B. Beckermann (Matlab), C. Brezinski (LaTeX), A. Philippe (S+)

Pour mieux répondre aux besoins des Mathématiques Appliquées, on propose un enseignement des outils informatiques sous forme de TD sur machine. Cet enseignement tient compte de la formation déjà acquise en premier et deuxième cycle (langage du type ADA/Pascal/Fortran/C et logiciel de calcul formel).

- Traitement de texte scientifique (LaTeX, 3h)
- Stage de formation sur les logiciels de calcul scientifique (22h) : pendant une semaine d'interruption des cours au premier trimestre, deux jours sont consacrés au logiciel de calcul scientifique Matlab. Le reste de la semaine est organisé sous forme d'options. L'étudiant choisit entre une présentation du logiciel S+ (Statistique) ou un approfondissement de la programmation sous Matlab (Analyse numérique).

Année universitaire 2003-2004
2ème trimestre
Option ACAO

Matrices de Jacobi et Applications

F. Wielonsky, B. Beckermann

Matrices de Jacobi et Approximants de Padé

- polynômes orthogonaux, recurrence à trois termes, fractions continues, approximants de Padé
- théorème de convergence de Markov
- théorie du potentiel et convergence en capacite : le théorème de Nuttall-Pommerenke
- conjecture de Padè, coefficients périodiques et le contre-exemple de Buslaev.

Opérateurs de Jacobi

- le cas symétrique: problème de moments
- opérateurs de Jacobi complexes
- théorie spectrale des operateurs de Jacobi
- théorème de Markov et théorème spectrale
- théorie spectrale et convergence des fractions continues.

Matrices de Jacobi et algebre lineaire numerique

- convergence des méthodes de Krylov
- problèmes min-max sur l'axe réelle, théorèmes de Chebyshev et de Bernstein-Walsh
- valeurs propres des matrices de Jacobi et convergence des valeurs de Ritz
- generalisation aux matrices non symétriques: numerical range et pseudo spectre.

Matrices de Jacobi et systèmes dynamiques

- les systèmes de Toda et de Langmuir
- le principe de Lax.

Bibliographie

- G.A. Baker & P.R. Graves-Morris, *Padé Approximants*, 2ème edition, Cambridge University press.
- L. Lorentzen & H. Waadeland, Continued fractions with applications, North–Holland, Amsterdam (1992).
- E.M. Nikishin and V.N. Sorokin, Rational approximation and orthogonality, Transl. of Math. Monographs 92, Amer. Math. Soc., Providence, R.I., 1991.
- T. Ransford, Potential theory in the complex plane, London Math. Soc. Student Texts, **28**, 1995.
- Y. Saad, Iterative methods for sparse linear systems, PWS Publishing, Boston, MA, 1996.
- L.N. Trefethen and D. Bau III, Numerical linear algebra, SIAM, Philadelphia, PA, 1997.

Année universitaire 2003-2004
2ème trimestre
Option ACAO

Géométrie de la CAO

G. Albrecht, O. Gibaru

L'objectif est de donner quelques résultats mathématiques récents, nécessaires au développement ou à la création de logiciels industriels en CAO et CFAO (Conception et Fabrication Assistée par Ordinateur).
Les courbes, les surfaces et les splines polynomiales définies par des points de contrôle (forme Bézier-de Casteljau et de Boor) sont les outils principaux de la modélisation en CAO et CFAO et dans divers domaines industriels.
Le cours propose plus généralement la théorie et l'algorithmique du contrôle des courbes, des surfaces et des splines rationnelles *via* la notion de vecteurs massiques. Ce modèle rationnel qui contient le modèle polynomial ci-dessus, permet plus de possibilités afin de satisfaire diverses contraintes mathématiques ou de métier.

Les grandes lignes du cours:

Géométrie projective, l'espace vectoriel des vecteurs massiques. Construction du polygone massique de contrôle des courbes rationnelles: forme (BR), des surfaces rationnelles: forme (SBR) et des splines rationnelles: forme (NR). Cas particulier des courbes et carreaux Bézier-de Casteljau.
Algorithmes de calcul d'un contact. Dérivation. Transformée projective et affine de (BR), (SBR), (NR). Rôle du paramétrage.
Conditions nécessaires et suffisantes de raccordement C^k et G^k en terme de vecteurs massiques.
Divers problèmes sur les courbes avec contraintes cinématiques, mécaniques, esthétiques.
Création de surfaces de remplissage à plusieurs bords et à grande régularité de raccordement.

Bibliographie

- C. de Boor, A Practical Guide to Splines, Springer Verlag (1978)
- J.-C. Fiorot, P. Jeannin, Courbes et Surfaces Rationnelles, Applications à la CAO, RMA 12, Masson (1989). Version anglaise chez Wiley and Sons (1992).
- J.-C. Fiorot, P. Jeannin, Courbes Splines Rationnelles, Applications à la CAO, RMA 24, Masson (1992).
- J. Hoschek, D. Lasser, Fundamentals of CAGD, AK Peters (1993).

Année universitaire 2003-2004
2ème trimestre
Option EDP

Introduction à l'homogénéisation
Th. Goudon

Ce cours a pour objet la modélisation mathématique de phénomènes physiques en milieux hétérogènes à structure aléatoire ou périodique : il s'agit de remplacer la description complexe des milieux finement hétérogènes, impossible à gérer dans la pratique, par une description continue macroscopiquement équivalente. On présentera donc diverses méthodes mathématiques permettant d'identifier, via un processus de passage à la limite, les coefficients effectifs de l'équation macroscopique. Le cours sera illustré de divers exemples issus de la physique : électrostatique, neutronique, milieux poreux, advection-diffusion...

Prérequis : techniques d'analyse, intégration, analyse fonctionnelle, rudiments de théorie des distributions et EDP (des rappels seront faits).

Bibliographie

- Allaire G., *Homogenization and two-scale convergence*, SIAM J. Math. Anal., 23 (1992) 1482–1518.
- Brahim-Otsmane S., Francfort G. , Murat F. *Correctors for the homogenization of the wave and heat equations*, J. Math. Pures Appl. (9) 71 (1992), no. 3, 197–231.
- Bensoussan A., Lions J.-L., Papanicolaou G., **Asymptotic analysis for periodic structures**, Studies in Math. and its Applications, vol. 5 (North-Holland, 1978).
- Ericksen J. L., Kinderlehrer D., Kohn R., Lions J.-L., **Homogenization and effective moduli of materials and media**, Proceedings of the IMA workshop held in Minneapolis, Minn., October 22–26, 1984, The IMA Volumes in Mathematics and its Applications, vol. 1 (Springer-Verlag, 1986).
- Sanchez-Palencia E., **Non-homogeneous media and vibration theory**, Lecture Notes in Physics , vol. 127 (Springer Verlag, 1980).
- Evans L. C., **Weak convergence methods for non linear partial differential equations**, Expository lectures held at Loyola, University of Chicago, June 27-July 1, 1988, CBMS, vol. 74 (American Mathematical Society, 1990).

Année universitaire 2003-2004
2ème trimestre
Option EDP

Méthodes d'éléments finis raffinées pour la résolution d'équations aux dérivées partielles dans des domaines non réguliers

S. Nicaise

Le but de ce cours est dans un premier temps de décrire le comportement singulier des solutions de certaines équations aux dérivées partielles dans des domains non réguliers (polygones, polyèdres), par exemple l'équation de Laplace, le système de l'élasticité, de Stokes ou de Navier-Stokes incompressible. Dans un second temps on considérera l'approximation numérique de ces problèmes par différentes méthodes d'éléments finis sur des maillages raffinés (isotropes ou anisotropes) au voisinage des points singuliers afin de restaurer un ordre optimal de convergence. Ces estimations d'erreurs sont basées sur des estimations d'erreurs d'interpolation dans des espaces de Sobolev à poids qui seront établies.

Bibliographie

- F. Brezzi, M. Fortin, Mixed and hybrid finite element methods, Springer, New York, 1991.
- P. G. Ciarlet, The finite element method for elliptic problems, North-Holland, Amsterdam, 1978.
- V. Girault, P.-A. Raviart, Finite element methods for Navier-Stokes equations, Theory and algorithms, Springer Series in Computational Mathematics, 5, Springer, Berlin, 1986.
- P. Grisvard, Elliptic problems in nonsmooth domains, Monographs and studies in Mathematics, 21, Pitman, Boston, 1985.
- J. Lazaar, S. Nicaise, A nonconforming finite element method with anisotropic mesh grading for the incompressible Navier-Stokes equations in domains with edges, Calcolo, à paraître.
- G. Raugel, Résolution numérique par une méthode d'éléments finis du problème de Dirichlet pour le laplacien dans un polygône, C. R. Acad. Sc. Paris, 286, 1978, p. 791-794.
- R. Temam, Navier-Stokes equations, North-Holland, Amsterdam, 1984.

Année universitaire 2003-2004
2ème trimestre
Option Proba

Grandes déviations
M. Lifshits

Introduction. Exemple de base: la borne de Chebychev-Chernoff dans la loi des grands nombres. Cadre général de la théorie de grandes déviations. Fonction de déviation. Principe des grandes déviations. Principe de contraction.

Sommes des vecteurs aléatoires. Théorème de Chernoff dans R^1. Familles exponentielles de mesures. Variables tronquées. Théorème de Chernoff dans un espace vectoriel. La méthode de Lanford.

Cas fondamentales des grandes déviations. Grandes déviations dans le cadre gaussien. Application: la loi de Strassen. Principe de concentration. Grandes déviations dans le cadre des processus aux accroissements indépendants. Grandes déviations dans le cadre des mesures empiriques: théorème de Sanov. Mesures empiriques généralisées. Théorèmes limites presque sûrs et grandes déviations. Techniques basées sur les contractions discontinues. Application au modèle de gaz auto-gravitant.

Concentration. Inégalités de concentration dans les espaces-produits. Inégalités de Sobolev logarithmiques.

Bibliographie

- Dembo, A., Zeitouni, O., *Large Deviations Techniques and Applications.* Boston: Jones and Bartlett. 346 p. (1993).
- Den Hollander, F., *Large Deviations.* Fields Institute Monographs. 14. Providence: AMS, 143 p. (2000).
- Deuschel, J.-D., Stroock, D.W., *Large Deviations.* Boston: Academic Press, 307 p. (1989).
- Ledoux, M., *The Concentration of Measure Phenomenon.* Mathematical Surveys and Monographs. 89. Providence: AMS, 181 p. (2001).

Année universitaire 2003-2004
2ème trimestre
Option Proba

Martingales, Calcul Stochastique: Applications à la finance

Y. Davydov, A. Dermoune

Ce cours présente une introduction aux outils probabilistes nécessaires à la compréhension de certains modèles financiers. Les spécialistes de la finance ont recours depuis quelques années à des notions mathèmatiques de plus en plus sophistiqués, comme les martingales, intégrale de Itô, équations aux dérivées partielles, mouvement brownien. Le plan de ce cours est le suivant.

- Martingales.
- Mouvement brownien.
- Intégrale de Itô.
- Formule de Itô.
- Introduction aux marchés financiers: titres de base et produits dérivés, options européennes et américaines, les options négociables, les options de gré à gré.
- Arbitrages, modèle de Black-Scholes discret.
- Problème d'arrêt optimal et options américaines.
- Équations différentielles stochastiques.
- Modèle de Black-Scholes continu.
- Evaluation des options et équations aux dérivées partielles.
- Modèles de taux d'intérêt.

Bibliographie

- **L. Breiman**, Probability, Addison-Wesley, Reading, Mass (1968).
- **A. Dermoune**, Polycopié du cours de DEA 2003-2004.
- **D. Duffie**, Modèles dynamiques d'évaluation, Collection Finance PUF, (1994).
- **N. Elkaroui**, Modèles stochastiques en finance, Ecole Polytechnique, Edition 2000.
- **I. Gihman, A.V. Skorohod**, The theory of Stochastic Processes, Vol. 1, Springer (1974).
- **I. Karatzas, S. Shreve**, Brownian motion and Stochastic calculus, Springer (1987).
- **D. Lamberton, B. Lapeyre**, Introduction au calcul stochastique appliqué à la finance. Ellipses (1997).
- **P. Wilmott**, Derivatives, The theory and practice of financial engineering, John Wiley and Sons (1998).
- **D. Williams** Probability with martingales, Cambridge University Press 1991.

Année universitaire 2003-2004
2ème trimestre
Option Stat

Propriétés de viellissement et approximations de fiabilité
J.-L. Bon

L'objet du cours est l'analyse de la durée de bon fonctionnement d'un grand système réparable à la fois dans ses aspects statistiques et probabilistes.

- **Variable aléatoire vieillissante**

A partir des différentes caractéristiques de fiabilité, on introduit plusieurs notions d'ordre stochastique et leurs propriétés respectives. Des tests stastistiques permettent de rendre opérationnelles ces notions.

- **Approximations exponentielles**

Pour les grands systèmes réparables, l'approximation exponentielle est trés couramment utilisée. Des encadrements utilisant les propriétés globales de vieillissement de la durée de vie justifient cette utilisation.

- **Modèles semi-markoviens et régénératifs**

Pour des applications pratiques, des simplifications sont nécessaires. Dans le cas de modèles régénératifs, ou semi-markoviens, des approximations pessimistes sont possibles. Leur analyse conduit à l'étude de sommes aléatoires géométriques de durées de vie. Diverses approximations de ce type de sommes sont données. Les plus récentes proviennent d'une méthode de type Chen-Stein.

Bibliographie

- Kalashnikov V.V. (1997) *Geometric Sums: Bounds for Rare Events* Kluwer;
- Kovalenko, Kuznetsov, Pegg (1997) *Mathematical theory of reliability of time dependent systems with practical applications.* Wiley.

Année universitaire 2003-2004
2ème trimestre
Option Stat

La longue mémoire : Théorie et Applications

A. Philippe

Mandelbrot dans les années 60 sugg 'era l'utilisation des processus à longue mémoire pour modéliser des phénomènes dont la corrélation décroît comme une fonction puissance; donc plus lentement que pour les modèles ARMA (voir le cours de Statistique des processus à temps discret). A partir de cette idée, les travaux théoriques et appliqués autour de ce thème se sont développés de façon exponentielle. Ce cours s'organise de la façon suivante.

1. **Les modèles.** On introduit les modèles à longue mémoire à partir de deux classes de modèles très populaires :
   (a) le mouvement brownien fractionnaire
   (b) les processus ARMA fractionnaires.

2. **Estimation.** On aborde les problèmes d'estimation du paramètre de longue mémoire (aussi appelé paramètre de *Hurst*). Deux approches sont principalement envisagées :
   (a) *les méthodes temporelles,* par exemple, les estimateurs construits à partir des variations quadratiques
   (b) *les méthodes spectrales,* par exemple, l'estimateur local de Whittle construit à partir du spectre.

3. **Applications et Simulations.** Quelques algorithmes pour simuler les processus à longue mémoire sont présentés. On étudie plus en détail les techniques basées sur l'agrégation de processus à courte mémoire. Ensuite, on donne quelques applications à la modélisation et à la prévision par des processus à longue mémoire. Les applications présentées sont principalement issues des domaines de l'hydrologie et des télécommunications.

Bibliographie

- Beran (1994) *Statistics for Long-Memory Processes* Chapman & Hall;
- P.J. Brockwell and R.A. Davis. (1991) *Time Series: Theory and Methods.* Springer Series in Statistics. SpringerVerlag, 2 edition.
- *Theory and Applications of Long-Range Dependence* (2002) Eds Paul Doukhan, Murad Taqqu and Georges Oppenheim, Birkhuser Boston.

Tableau récapitulatif des enseignements

Cours obligatoires

Ph. Heinrich	Analyse fonctionnelle appliquée
B. Beckermann & C. Brezinski & A. Philippe	Outils informatiques
Tous les enseignants	Projet d'initiation à la recherche

Options

Premier trimestre

C. Brezinski	Biorthogonalité et Applications
J. von Below	Modélisation par EDP
Yu. Davydov	Processus stochastiques
M-Cl. Viano	Statistique des processus à temps discret

Deuxième trimestre

F. Wielonsky et B. Beckermann	Matrices de Jacobi et Applications
G. Albrecht et O. Gibaru	Géométrie de la CAO
Th. Goudon	Introduction à l'homogénéisation
S. Nicaise	Éléments finis raffinés
M. Lifshits	Grandes déviations
Yu. Davydov et A. Dermoune	Martingales, Calcul Stochastique: Applications à la finance
J-L. Bon	Propriétés de viellissement et approximations de fiabilité
A. Philippe	La longue mémoire : Théorie et Applications