Université des Sciences et Technologies de Lille

Université du Littoral Côte d'Opale

Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis

D.E.A. Mathématiques Appliquées
Année universitaire 2002-2003

Présentation générale

Le D.E.A. de Mathématiques Appliquées est organisé conjointement par l'Université des Sciences et Technologies de Lille (établissement principal), l'Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis et l'Université du Littoral Côte d'Opale. Ce D.E.A. s'adresse à des étudiants ayant déjà acquis de solides connaissances en mathématiques (niveau maîtrise).

Les mathématiques appliquées sont devenues un élément essentiel du progrès scientifique et technologique. Les différents domaines mathématiques concernés sont variés et en évolution rapide ; leur développement se traduit par un besoin accru en chercheurs mathématiciens.

Le D.E.A., par sa large gamme de cours, offre une formation théorique et appliquée couvrant les différents aspects de cette discipline :

- Analyse Numérique et Approximation (ANA)
- Équations aux dérivées partielles et analyse numérique des EDP (EDP)
- Probabilités
- Statistique

Ainsi, les étudiants sortant du D.E.A. maîtrisent non seulement certains développements les plus récents des mathématiques appliquées mais, grâce au mémoire/stage, possèdent également une première expérience de réalisation de projet de recherche portant sur les applications d'intérêt scientifique et industriel.

Objectifs et Débouchés

L'année de D.E.A. est une transition entre enseignement classique de premier et deuxième cycle et la prise d'initiatives dans la découverte de problèmes actuels qu'ils soient théoriques ou liés aux applications, éventuellement industrielles.

Le projet pédagogique a été conçu selon quatre objectifs, qui sont d'offrir une formation la plus complète possible en mathématiques appliquées, de diversifier les niveaux d'abstraction des enseignements, de développer les interactions entre les différents axes enseignés et de favoriser les liens avec les équipes de disciplines voisines, notamment avec les autres laboratoires de l'école doctorale SPI (informatique, automatique, mécanique, IEMN par exemple) et les écoles d'ingénieurs (École Centrale, ENSAM, EUDIL, ENIC, par exemple).

Le D.E.A. de Mathématiques Appliquées vise à former :

- des chercheurs en mathématiques appliquées susceptibles de faire carrière dans l'enseignement supérieur et dans la recherche,
- des ingénieurs mathématiciens de haut niveau participant aux programmes de haute technologie de l'industrie dans les bureaux d'études industriels ainsi que dans les sociétés de service.

La poursuite en thèse (sous le régime boursier, contractuel ou d'enseignant-chercheur) reste la finalité première du D.E.A.. Le travail de thèse mené au sein des laboratoires associés, en collaboration éventuelle avec des industriels, sous la direction de chercheurs de la formation doctorale procure une formation à la recherche reconnue.

Laboratoires d'accueil

- Laboratoire de Mathématiques Appliquées (Analyse Numérique, Statistique et Probabilités) (FRE CNRS 2222),
  Université des Sciences et Technologies de Lille
- Laboratoire de Mathématiques Pures et Appliquées Joseph Liouville (UPRES-EA 2597), Université du Littoral Côte d'Opale
- Laboratoire de Mathématiques Appliquées et de Calcul Scientifique (UPRES-EA 2442), Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis

Responsable du D.E.A.

Bernhard BECKERMANN
Laboratoire de Mathématiques Appliquées (ANO)
Université des Sciences et Technologies de Lille
59655 - Villeneuve d'Ascq Cedex (France)
Adresse électronique : deaMA@ano.univ-lille1.fr

Renseignements pratiques

- Le candidat doit retirer et déposer un dossier d'admission pédagogique au

  Secrétariat Scientifique – Mme Bérat
  UFR de Mathématiques Pures et Appliquées – Bâtiment M2
  Université des Sciences et Technologies de Lille
  59655 Villeneuve d'Ascq Cedex
  Téléphone : +33 3 20 43 42 33, Télécopie : +33 3 20 43 43 02,
  Adresse électronique : Raymonde.Berat@univ-lille1.fr

  Date limite de dépôt des candidatures : **30 juin 2002**.
- Les étudiants n'ayant pas les diplômes requis et les titulaires d'un diplôme étranger doivent s'adresser au

  Service Scolarité 3ème cycle
  Bâtiment A3
  Université des Sciences et Technologies de Lille
  59655 Villeneuve d'Ascq
  Tel. 03 20 43 44 69, adresse électronique : Scol-cycle3@univ-lille1.fr

ou au Service Scolarité des deux autres Universités pour une demande de validation de leur diplôme.
- Après autorisation, l'inscription se fait au début de l'année universitaire (jusqu'à mi-octobre) auprès des services administratifs des universités concernées.
- Quelques allocations de D.E.A. sont attribuées sur critère pédagogique. Les dossiers sont à retirer à la Scolarité 3ème cycle au moment de l'inscription.

Pour des renseignements plus amples concernant les objectifs du D.E.A. contactez
- J.-L. Bon (Labo de Maths Applis (Stat Proba), Lille), Jean-Louis.Bon@eudil.fr
- B. Beckermann (Labo de Maths Applis (ANO), Lille), Bernhard.Beckermann@univ-lille1.fr
- S. Nicaise (Labo MACS, Valenciennes), Serge.Nicaise@univ-valenciennes.fr
- P. Deuring (Labo LMPA, Littoral), Paul.Deuring@lmpa.univ-littoral.fr

ou tout autre enseignant du D.E.A. de Mathématiques Appliquées. D'autres sources d'information sont accessible à partir d'internet
- La page officielle du D.E.A. : `http ://www.univ-lille1.fr/math/deaMA`
- Le service scolarité à Lille : `http ://ustl.univ-lille1.fr/suaio/pages/scol/3eme`

Admission

L'autorisation d'inscription en D.E.A. est délivrée après examen du dossier des candidats.

La maîtrise (Mathématiques, Mathématiques Appliquées, Ingénierie Mathématique) est la voie d'accès normale. La sélection se fait au vu des résultats en licence et maîtrise.

Pour les étudiants non titulaires d'une maîtrise, l'inscription se fait sur dossier. Le plus grand compte sera tenu des programmes des enseignements suivis antérieurement et, éventuellement, l'inscription pourra s'accompagner d'une incitation à suivre un complément de formation de maîtrise.

Pour les écoles d'ingénieurs, l'accueil des élèves sortants ou en dernière année d'études se fait au vu des résultats scolaires, des motivations et sur entretien.

Les diplômes étrangers sont soumis à validation.

Organisation des études

Tronc commun (premier trimestre)

	thème	intitulé du cours
Obligatoire (25h)		Analyse fonctionnelle appliquée
Deux (2x25h) parmi les quatre cours suivants	ANA EDP Proba Stat	Biorthogonalité et Applications Modélisation par EDP Processus stochastiques Statistique des processus
Obligatoire : 25h TD Outils informatiques (S+, LaTeX, Matlab) Obligatoire : Projet d'initiation à la recherche		

Cours spécialisé (deuxième trimestre)

Trois (3x25h) parmi les 8 modules suivants	ANA EDP Proba Stat Autres	Approximation rationnelle / Géométrie de la CAO Méthodes d'éléments finis / Élements finis raffinés Grandes déviations / EDP stochastiques Fiabilité / Théorie de l'information et imagerie Une option d'un autre DEA de l'ED SPI
Obligatoire : **Mémoire/Stage (troisième trimestre)**		

L'enseignement d'informatique au deuxième trimestre est attaché à certains cours spécialisés.

Au 1$^{\text{er}}$ trimestre, dans le tronc commun, l'étudiant suit 3 modules de 25h chacun, le module "Outils informatiques" et effectue le "Projet d'initiation à la recherche". Au 2$^{\text{nd}}$ trimestre, l'étudiant choisit 3 cours spécialisés de 25h.

De plus, l'école doctorale propose un module "initiation à la recherche d'emploi" et un module de "méthodologie dans la recherche" (25h en tout).

Sur avis des équipes enseignantes, un étudiant du D.E.A. Mathématiques Appliquées peut être autorisé à choisir, au niveau des cours spécialisés, l'un des cours d'un autre D.E.A. de l'école doctorale ou de 3ème année d'école d'ingénieurs.

Sans préjuger des enseignements et séminaires spécifiques qui pourront être ouverts ultérieurement au titre de l'école doctorale, on encourage les étudiants à enrichir leur formation en suivant, à titre d'exemple :

- soit un module du D.E.A. de Mathématiques pures (par exemple analyse fonctionnelle)
- soit un module du D.E.A. d'Informatique (par exemple Graphique, Bio-Informatique, Calcul formel, Architecture du parallélisme, Optimisation (méthodes et applications)).
- soit un module du D.E.A. de Mécanique (par exemple Méthodes asymptotiques – ondes et stabilité (filière Fluides), Schémas numériques (filière Fluides), Méthode des éléments finis (filière Solides).
- soit le module de CFAO en troisième année de l'ENSAM de Lille.

Comme première démarche de recherche il est demandé à l'étudiant dès la fin du premier trimestre (décembre) de suivre un "projet d'initiation à la recherche" où l'étudiant présente un article dans un des domaines des cours du tronc commun. Le travail doit comporter une illustration numérique, réalisée à l'aide des logiciels étudiés dans le module "Outils informatiques". Le projet est prévu sur une durée de 2-3 semaines (en parallèle avec les enseignements en cours). Il est encadré par un des enseignants intervenant l'année en cours. Il est évalué par une soutenance orale.

Chaque étudiant choisit de faire son mémoire avec l'un des membres des équipes d'accueil attachées au D.E.A. Ce mémoire donne lieu à un rapport écrit et à une soutenance orale.

On encourage les étudiants à effectuer un stage soit dans un laboratoire privé ou semi-privé soit dans un laboratoire universitaire, en France (par exemple le laboratoire MASI, de l'Institut Blaise Pascal, l'Université de Versailles St Quentin, l'UTC de Compiègne, l'INRIA Sophia Antipolis) ou à l'étranger, notamment dans les universités auxquelles nous sommes liés par des accords de coopération comme Socrates ou le réseau universitaire franco-germano-russe piloté par l'équipe ANO. Dans certains cas le rapport de stage pourra tenir lieu de mémoire.

Les étudiants assistent aux séminaires de recherche et/ou groupes de travail liés à leur sujet de mémoire.

Contrôle des connaissances

Le D.E.A. est sanctionné par la moyenne de trois notes :

- la note du tronc commun (examen en janvier) égale à la moyenne des notes obtenues aux trois modules. Cette note peut être modifiée par l'ajout d'un bonus d'au plus un point pour le module "Outils informatiques" et d'au plus un point pour le "Projet d'initiation à la recherche" ;
- la note des options (examens en mars/avril) égale à la moyenne des notes obtenues aux trois options ;
- la note du mémoire.

Une deuxième session sera organisée en septembre 2003 pour les modules de tronc commun et les options.

Il est conseillé aux étudiants salariés de préparer le D.E.A. en deux ans (ils peuvent obtenir le D.E.A. à la fin de la première année mais ne peuvent pas suivre le D.E.A. en deux ans s'ils ne l'ont pas demandé dès la première inscription). L'autorisation de redoublement du D.E.A. n'est accordée qu'à titre exceptionnel et après décision d'une commission *ad hoc*.

L'autorisation d'inscription en thèse est accordée par le jury après délibération. En aucun cas, elle n'est automatique pour les étudiants reçus au D.E.A..

Calendrier de l'année scolaire 2002-2003

- Réunion de rentrée : Jeudi 26 Septembre 2002 à 10h, Salle de Réunion, Bât. M2, USTL
- Début des cours : Lundi 30 Septembre 2002.

Programme des cours
Année universitaire 2002-2003

Année universitaire 2002-2003
1er trimestre
Cours obligatoire

Analyse fonctionnelle appliquée
Ch. Suquet

L'objectif de ce cours est de permettre une mise à niveau et de proposer des compléments en analyse fonctionnelle en vue d'une utilisation dans les divers enseignements spécialisés du D.E.A. de Mathématiques Appliquées. Les différentes notions abordées seront illustrées dans le cadre d'espaces fonctionnels classiques. Le cours devrait s'articuler autour des thèmes suivants :

- Espaces L^p, espaces de Hölder, Sobolev et Besov.
- Dualité : topologies $*$-forte et $*$-faible. Espaces réflexifs.
- Intégrale de Pettis et de Bochner.
- Bases dans les espaces de Banach : bases de Schauder, bases inconditionnelles.
- Meilleure approximation.
- Compacité en dimension infinie.
- Introduction aux ondelettes.

Bibliographie

- Adams, A., Sobolev spaces, Academic Press (1975).
- Brézis, H., Analyse Fonctionnelle, Masson (1983).
- Meyer, Y., Ondelettes et Opérateurs, t. I, Hermann (1990).
- Rudin, W., Analyse fonctionnelle.
- Schwartz, L., Topologie générale et analyse fonctionnelle.
- Triebel, H., Theory of function spaces II, Birkhaüser (1992).
- Yosida, K. Functional Analysis, Springer (1966).

Année universitaire 2002-2003
1er trimestre
Option ANA

Biorthogonalité et Applications
C. Brezinski

La notion d'orthogonalité est très importante en analyse numérique et elle a de nombreuses applications. Les plus connues sont les polynômes orthogonaux et les formules de quadrature de Gauss ainsi que les méthodes de projection pour les systèmes linéaires.

Le but de ce cours est de présenter les concepts plus généraux d'orthogonalité et de biorthogonalité formelles et d'étudier leurs applications. Ces notions permettent d'aborder des problèmes très divers dans un cadre unifié et elles ouvrent de nombreuses perspectives.

Plan du cours

- Polynômes orthogonaux formels
  - Définitions et propriétés
  - Applications
    - Approximation de Padé
    - Méthodes de projection pour les systèmes linéaires
    - Contrôle linéaire
    - Méthodes d'extrapolation et applications
- La biorthogonalité
  - Le problème général de l'interpolation
  - Les familles adjacentes
  - Applications
    - Les polynômes biorthogonaux
    - Approximation de séries de fonctions
    - Transformations de suites

Bibliographie

- Brezinski, C., Padé–Type Approximation and General Orthogonal Polynomials, Birkhäuser–Verlag, Basel, 1980.
- Brezinski, C., Biorthogonality and its Applications to Numerical Analysis, Marcel Dekker, New York, 1992.
- Brezinski, C., Projection Methods for Systems of Equations, North–Holland, Amsterdam, 1997.
- Brezinski, C., Computational Aspects of Linear Control, Kluwer, Dordrecht, 2002.
- Brezinski, C., Redivo Zaglia, M., Extrapolation Methods. Theory and Practice, North–Holland, Amsterdam, 1991.

Année universitaire 2002-2003
1er trimestre
Option EDP

Modélisation par EDP
J. von Below

- Classification des EDP : Équations hyperboliques, paraboliques et elliptiques
- Théorie d'existence des solutions faibles pour les équations elliptiques linéaires
- Équations d'évolution linéaires, semi–groupes des opérateurs de résolution
- Équations hyperboliques linéaires
- Théorie comparative des équations paraboliques non linéaires
- Introduction au calcul variationnel
- Méthodes variationnelles directes
- Équations elliptiques quasilinéaires, surfaces minimales
- Points critiques dans le calcul variationnel et théorèmes de point-selle et de mountain–pass

Bibliographie

- D. Gilbarg & N. S. Trudinger : *Elliptic partial differential equations of second order*, 1977.
- P. Grisvard : *Elliptic equations in non smooth domains*, 1985.
- F. John : *Partial Differential Equations*, 4e ed. 1991.
- O. A. Ladyženskaja : *The boundary value problems of mathematical physics*, 1985.
- O.A.Ladyženskaja, V.A.Solonnikov & N.N.Ural'ceva : *Linear and quasilinear equations of parabolic type*, 1968.
- O.A.Ladyženskaja & N.N.Ural'ceva : *Linear and quasilinear elliptic equations*, 1968.
- A. Pazy : *Semigroups of linear operators and applications to PDE*, 1983.
- M. Renardy & R. C. Rogers : *An introduction to partial differential equations*, 1993.
- R. Temam : *Infinite–dimensional dynamical systems in mechanics and physics*, 1988.
- W. Walter : *Differential and Integral Inequalities*, 1970

Année universitaire 2002-2003
1er trimestre
Option Proba

Probabilités : Processus Stochastiques
Yu. Davydov

Le but de ce cours est

1. d'étudier les principales classes de processus stochastiques ;
2. de construire le mouvement brownien.
3. d'étudier les méthodes qui permettent de construire de bonnes versions des processus stochastiques.

Les grandes lignes du cours :

• Variables aléatoires à valeurs dans les espaces métriques séparables, lois relativement compactes et la notion de tension.
• Construction des processus stochastiques, théorème d'extension de Kolmogorov, régularité des trajectoires.
• Les processus vus comme des variables aléatoires valeurs dans des espaces fonctionnels.
• Principales classes de processus stochastiques :
  - à accroissements indépendants,
  - stationnaires,
  - martingales,
  - processus de Markov,
  - processus ponctuels.
• Construction trajectorielle du mouvement brownien. Construction de la mesure de Wiener et théorème de Donsker.
• Martingales, temps d'arrêts, et processus de Markov. Intégrale stochastique et formule de Itô. Équation de la chaleur et mouvement brownien.

Bibliographie

- Billingsley, P., Convergence of Probability measures, Wiley (1968).
- Revuz, D., Yor, M., Continuous martingales and Brownian motion, Springer (1991).
- Borodin, A.N., Salminen, P., Handbook of Brownian motion : facts and formula, Birkhauser (1996).

Année universitaire 2002-2003
1er trimestre
Option Stat

Statistique des processus
M.-Cl. Viano

Ce cours est une introduction à la modélisation et à l'identification des suites de variables aléatoires stationnaires. Ce sont des suites de variables dépendantes dont on essaye d'analyser puis d'estimer les dépendances dans un but de prévision. Ce cours est donc entre autres une base indispensable pour comprendre les méthodes de prévision stochastique.

On commence par un exemple simple, celui des processus autoregressifs d'ordre 1 qui est traîté “à la main” le plus complètement possible. La suite est divisée en deux parties de même importance :

1- Introduction des modèles et de leurs indices caractéristiques. les processus linéaires et les méthodes de prévision par projection.

2- Estimation dans les processus du second ordre : le paramétrique et le non-paramétrique.

Bibliographie

- Azencott R., Dacunha-Castelle D. (1984). Séries d'observations irrégulières. Masson.
- Brockwell P.J., Davis R.A. (1987) Time Series : Theory and Methods. processes. Wiley.
- Dacunha-Castelle D., Duflo M. (1983). Probabilités et Statistiques : vol. 2. Problèmes à temps mobile. Masson.
- Gihman I.I., Skorohod A.V. (1974). The theory of stochastic processes. Springer. time series. Wiley. Birkhäuser.

Année universitaire 2002-2003
1er trimestre
Cours obligatoire

Outils informatiques
B. Beckermann (Matlab), C. Brezinski (LaTeX), G. Faÿ, A. Philippe (S+)

Pour mieux répondre aux besoins des Mathématiques Appliquées, on propose un enseignement des outils informatiques sous forme de TD sur machine. Cet enseignement tient compte de la formation déjà acquise en premier et deuxième cycle (langage du type ADA/Pascal/Fortran/C et logiciel de calcul formel).

- Traitement de texte scientifique (LaTeX, 3h)
- Stage de formation sur les logiciels de calcul scientifique (22h) : pendant une semaine d'interruption des cours au premier trimestre, deux jours sont consacrés au logiciel de calcul scientifique Matlab. Le reste de la semaine est organisé sous forme d'options. L'étudiant choisit entre une présentation du logiciel S+ (Statistique) ou un approfondissement de la programmation sous Matlab (Analyse numérique).

Année universitaire 2002-2003
2ème trimestre
Option ANA

Approximation rationnelle et applications à la détection de fissures

F. Wielonsky, B. Beckermann

On s'intéresse à des résultats en théorie de l'approximation, notamment la convergence des polynômes orthogonaux, et de certains approximants rationnels tels que les approximants de Padé, les approximants rationnels au sens de la norme L^2, ou les approximants méromorphes au sens de la norme L^∞ (approximation AAK).

On applique ces résultats à l'étude d'un problème inverse en contrôle non destructif : la détection de fissure dans un domaine plan, à partir de mesures sur le bord. Pour cela, on traduit le problème en un problème d'approximation rationnelle pour des intégrales singulières.

Les outils utilisés figurent parmi les thèmes d'analyse appliquée suivants :

– la théorie du potentiel et ses concepts de base : fonctions harmoniques, fonctions de Green, problème de Dirichlet, potentiel, capacité,
– quelques thèmes connexes d'analyse complexe, tels que formules de Cauchy, représentations conformes, formules de Plemelj.

Bibliographie

– M.J. Ablowitz and A.S. Fokas, Cambridge Texts in Applied Mathematics, Complex variables, introduction and applications, 1997.
– E.M. Nikishin and V.N. Sorokin, Rational approximation and orthogonality, Transl. of Math. Monographs 92, Amer. Math. Soc., Providence, R.I., 1991.
– T. Ransford, Potential theory in the complex plane, London Math. Soc. Student Texts, **28**, 1995.
– E.B. Saff and V. Totik, Logarithmic potentials with external fields, Springer Verlag, Berlin, 1997.

Année universitaire 2002-2003
2ème trimestre
Option ANA

Géométrie de la CAO
G. Albrecht, O. Gibaru

L'objectif est de donner quelques résultats mathématiques récents, nécessaires au développement ou à la création de logiciels industriels en CAO et CFAO (Conception et Fabrication Assistée par Ordinateur).
Les courbes, les surfaces et les splines polynomiales définies par des points de contrôle (forme Bézier-de Casteljau et de Boor) sont les outils principaux de la modélisation en CAO et CFAO et dans divers domaines industriels.
Le cours propose plus généralement la théorie et l'algorithmique du contrôle des courbes, des surfaces et des splines rationnelles *via* la notion de vecteurs massiques. Ce modèle rationnel qui contient le modèle polynomial ci-dessus, permet plus de possibilités afin de satisfaire diverses contraintes mathématiques ou de métier.

Les grandes lignes du cours :

Géométrie projective, l'espace vectoriel des vecteurs massiques. Construction du polygone massique de contrôle des courbes rationnelles : forme (BR), des surfaces rationnelles : forme (SBR) et des splines rationnelles : forme (NR). Cas particulier des courbes et carreaux Bézier-de Casteljau.
Algorithmes de calcul d'un contact. Dérivation. Transformée projective et affine de (BR), (SBR), (NR). Rôle du paramétrage.
Conditions nécessaires et suffisantes de raccordement C^k et G^k en terme de vecteurs massiques.
Divers problèmes sur les courbes avec contraintes cinématiques, mécaniques, esthétiques.
Création de surfaces de remplissage à plusieurs bords et à grande régularité de raccordement.

Bibliographie

- C. de Boor, A Practical Guide to Splines, Springer Verlag (1978)
- J.-C. Fiorot, P. Jeannin, Courbes et Surfaces Rationnelles, Applications à la CAO, RMA 12, Masson (1989). Version anglaise chez Wiley and Sons (1992).
- J.-C. Fiorot, P. Jeannin, Courbes Splines Rationnelles, Applications à la CAO, RMA 24, Masson (1992).
- J. Hoschek, D. Lasser, Fundamentals of CAGD, AK Peters (1993).

Année universitaire 2002-2003
2ème trimestre
Option EDP

Méthodes d'éléments finis ; système de Navier-Stokes.

P. Deuring

Problèmes variationnels linéaires, méthode de Galerkin, lemme de Céa, éléments finis de Lagrange, triangulations, espaces conformes d'éléments finis, lemme de Bramble-Hilbert, opérateurs d'interpolation, approximation de solutions de problèmes aux limites elliptiques de deuxième ordre dans des ouverts polygonales par des méthodes d'élément finis, estimations d'erreurs en norme H^1 et L^2, modélisation de phénomènes physiques par le système de Navier-Stokes, système de Stokes, problèmes variationnels mixtes, méthode de Galerkin non linéaire, solutions faibles du système de Navier-Stokes stationnaire, espaces d'applications à valeurs dans un espace de Banach, méthode de Rothe, solutions faibles du système de Navier-Stokes d'évolution, méthodes d'éléments finis mixtes.

Bibliographie

- P. G. Ciarlet : The finite element method for elliptic problems. North-Holland, Amsterdam, 1979.
- M. Feistauer : Mathematical methods in fluid dynamics. Pitman, New York, 1993.
- V. Girault, P.-A. Raviart : Finite element methods for the Navier-Stokes equations. Springer, Berlin e.a., 1986.
- P. L. Lions : Mathematical topics in fluid mechanics, vol. 1, Cambridge University Press, Cambridge, 1996.
- A. Quarteroni, A. Valli : Numerical approximation of partial differential equations. Springer, Berlin e.a., 1994.
- P.-A. Raviart, J.-M. Thomas : Introduction à l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles. Masson, Paris, 1993.
- R. Temam : The Navier-Stokes equations. North-Holland, Amsterdam, 1984.

Année universitaire 2002-2003
2ème trimestre
Option EDP

Méthodes d'éléments finis raffinées pour la résolution d'équations aux dérivées partielles dans des domaines non réguliers

S. Nicaise

Le but de ce cours est dans un premier temps de décrire le comportement singulier des solutions de certaines équations aux dérivées partielles dans des domains non réguliers (polygones, polyèdres), par exemple l'équation de Laplace, le système de l'élasticité, de Stokes ou de Navier-Stokes incompressible. Dans un second temps on considérera l'approximation numérique de ces problèmes par différentes méthodes d'éléments finis sur des maillages raffinés (isotropes ou anisotropes) au voisinage des points singuliers afin de restaurer un ordre optimal de convergence. Ces estimations d'erreurs sont basées sur des estimations d'erreurs d'interpolation dans des espaces de Sobolev à poids qui seront établies.

Bibliographie

- F. Brezzi, M. Fortin, Mixed and hybrid finite element methods, Springer, New York, 1991.
- P. G. Ciarlet, The finite element method for elliptic problems, North-Holland, Amsterdam, 1978.
- V. Girault, P.-A. Raviart, Finite element methods for Navier-Stokes equations, Theory and algorithms, Springer Series in Computational Mathematics, 5, Springer, Berlin, 1986.
- P. Grisvard, Elliptic problems in nonsmooth domains, Monographs and studies in Mathematics, 21, Pitman, Boston, 1985.
- J. Lazaar, S. Nicaise, A nonconforming finite element method with anisotropic mesh grading for the incompressible Navier-Stokes equations in domains with edges, Calcolo, à paraître.
- G. Raugel, Résolution numérique par une méthode d'éléments finis du problème de Dirichlet pour le laplacien dans un polygône, C. R. Acad. Sc. Paris, 286, 1978, p. 791-794.
- R. Temam, Navier-Stokes equations, North-Holland, Amsterdam, 1984.

Année universitaire 2002-2003
2ème trimestre
Option Proba

Grandes déviations
M. Lifshits

Introduction. Exemple de base : la borne de Chebychev-Chernoff dans la loi des grands nombres. Cadre général de la théorie de grandes déviations. Fonction de déviation. Principe des grandes déviations. Principe de contraction.

Sommes des vecteurs aléatoires. Théorème de Chernoff dans R^1. Familles exponentielles de mesures. Variables tronquées. Théorème de Chernoff dans un espace vectoriel. La méthode de Lanford.

Cas fondamentales des grandes déviations. Grandes déviations dans le cadre gaussien. Application : la loi de Strassen. Principe de concentration. Grandes déviations dans le cadre des processus aux accroissements indépendants. Grandes déviations dans le cadre des mesures empiriques : théorème de Sanov. Mesures empiriques généralisées. Grandes déviations pour les diffusions. Théorèmes limites presque sûrs et grandes déviations. Techniques basées sur les contractions discontinues. Méthodes projectives.

Concentration. Inégalités de concentration dans les espaces-produits. Inégalités de Sobolev logarithmiques.

Bibliographie

- Dembo, A., Zeitouni, O., *Large Deviations Techniques and Applications.* Boston : Jones and Bartlett. 346 p. (1993).
- Den Hollander, F., *Large Deviations.* Fields Institute Monographs. 14. Providence : AMS, 143 p. (2000).
- Deuschel, J.-D., Stroock, D.W., *Large Deviations.* Boston : Academic Press, 307 p. (1989).
- Ledoux, M., *The Concentration of Measure Phenomenon.* Mathematical Surveys and Monographs. 89. Providence : AMS, 181 p. (2001).

Année universitaire 2002-2003
2ème trimestre
Option Proba

Equations différentielles stochastiques.
Applications aux E.D.P. et en mathématiques financières

A. Dermoune

Dans ce cours, on se donne deux fonctions régulières b, σ et un mouvement brownien (B_t), et on construit le processus stochastique $(X_t : t \geq 0)$ solution de l'équation différentielle

$$X_t = X_0 + \int_0^t b(X_s, s)ds + \int_0^t \sigma(X_s, s)dB_s, \, \forall\, t \geq 0.$$

On montre que ce processus a la propriété de Markov, et que $P(X_t \in A \,|\, X_s = x) = \int_A p(s, x, t, y)dy$ pour $s < t$.

1) En prenant $b(x, s) = \alpha + \beta x$ et $\sigma(x, s) = \sigma x$, on obtient le modèle de Black-Scholes très utilisé en mathématiques financières.

2) L'application aux équations aux dérivées partielles est la suivante. Pour chaque t, y fixées, on montre que les probabilités de transition $(s, x) \to p(s, x, t, y)$ est solution de l'équation aux dérivées partielles de type parabolique suivante :

$$\partial_s \rho(s, x) = \mathcal{L}_s \rho(s, x), \; s < t, \; x \in \mathbf{R},$$

avec la donnée finale à l'instant t égale à $\rho(t, x) = \delta(y - x)$, où

$$\mathcal{L}_s f(x) = \frac{1}{2}\sigma^2(x, s)\partial^2_{xx} f(x) + b(x, s)\partial_x f(x).$$

Si on fixe s, x, alors les probabilités de transition $(t, y) \to p(s, x, t, y)$ est solution de l'équation de Fokker-Planck :

$$\partial_t \rho(t, y) = \mathcal{L}^*_t \rho(t, y), \; s < t, \; y \in \mathbf{R}$$

avec la donnée initiale à l'instant s égale à$\rho(s, y) = \delta(y - x)$, où

$$\mathcal{L}^*_t f(y) = \frac{1}{2}\partial^2_{yy}(\sigma^2(y, t)f(y)) - \partial_y(b(y, t)f(y)).$$

Bibliographie

- Breiman, L., Probability, Addison-Wesley, Reading, Mass (1968).
- Dermoune, A., Polycopié du cours de DEA 2001-2002.
- Gihman, I., A.V. Skorohod, The theory of Stochastic Processes, Vol. 1, Springer (1974).
- Karatzas, I., S. Shreve, Brownian motion and Stochastic calculus, Springer (1987).
- Williams, D., Probability with martingales, Cambridge University Press 1991.

Année universitaire 2002-2003
2ème trimestre
Option Stat

Analyse mathématique de fiabilité des systèmes réparables
J.-L. Bon

L'objet du cours est l'analyse de défaillance des grands systèmes réparables dans ses aspects à la fois probabilistes et statistiques. La première partie est consacrée aux notions importantes de fiabilité : taux de défaillance, vieillissement, ordre stochastique. La partie suivante concerne la durée de vie d'un système à la fois d'un point de vue structurel (arbres) et d'un point de vue dynamique (modèles markoviens, semi-markoviens). La dernière partie introduit les approximations récentes de fiabilité obtenues dans un cadre assez large (défaillances exponentielles et réparations quelconques) à partir des processus régénératifs et les sommes aléatoires associées.

Bibliographie

- J.L. Bon, Fiabilité des systèmes, Masson 94
- C. Cocozza-Thivent, Processus aléatoires en fiabilité, Springer-Verlag 96
- V.V. Kalashnikov, Geometric sums : Bounds for rare events, Kluwer 97

Année universitaire 2002-2003
2ème trimestre
Option Stat

Théorie de l'information et applications en imagerie
B. Jedynak

Le but de ce cours est d'examiner des problèmes tels que le recalage d'images multimodales, la reconnaissance de formes dans des images, ou encore la modélisation d'images de textures en utilisant la statistique bayésienne et la théorie de l'information.

D'une part, nous présentons les outils fondamentaux de la théorie de l'information : notion d'entropie, d'information mutuelle, théorèmes de codage, théorème de Sanov et méthode du maximum d'entropie sur la moyenne. Nous présentons aussi une introduction àla théorie des champs de Markov.

D'autre part, nous examinons la modélisation probabiliste de problèmes en imagerie. Notre outil privilégié est ici la modélisation bayésienne. Pour le recalage d'images multimodales, nous présentons une méthode basée sur la notion d'information mutuelle. En reconnaissance de formes, nous examinons deux problèmes : la reconnaissance de caractères manuscrits et la détection d'une courbe dans une image. L'étude des caractères manuscrits nous amènera à étudier le dilemne biais-variance et son interprétation en théorie de l'information. Pour la détection d'une courbe, nous présentons un algorithme de réduction graduelle de l'entropie. Enfin, pour la modélisation d'images de textures, nous présentons une méthode de minmax sur l'entropie et nous montrons que la théorie de l'information peut fournir des bornes de détectabilité d'une texture dans une image.

Les outils théoriques présentés dans la première partie du cours sont issus des livres indiqués ci-dessous. Les références pour la suite du cours sont des articles qui seront mentionnés durant le déroulement du cours.

Les prérequis pour suivre ce cours consistent en une bonne maîtrise des notions de probabilités et statistiques élémentaires.

Pour toute information complémentaire : Bruno.Jedynak@univ-lille1.fr

Bibliographie

- Thomas, M., Cover, Joy, A., Thomas (1991). *Elements of Information Theory.* John Wiley and Sons.
- Imre Csiszar, and Janos Korner, (1997). *Information Theory.* Akademiai Kiado.
- G. Winkler, (1995). *Image Analysis, Random Field and Dynamic Monte Carlo Methods.* Springer-Verlag

Tableau récapitulatif des enseignements

Cours obligatoires

Ch. Suquet	Analyse fonctionnelle appliquée
B. Beckermann & C. Brezinski & G. Faÿ & A. Philippe	Outils informatiques
Tous les enseignants	Projet d'initiation à la recherche

Options

Premier trimestre

C. Brezinski	Biorthogonalité et Applications
J. von Below	Modélisation par EDP
Yu. Davydov	Processus stochastiques
M-Cl. Viano	Statistique des processus

Deuxième trimestre

F. Wielonsky et B. Beckermann	Approximation rationnelle et applications
G. Albrecht et O. Gibaru	Géométrie de la CAO
P. Deuring	Méthodes d'éléments finis ; système de Navier-Stokes
S. Nicaise	Éléments finis raffinés
M. Lifshits	Grandes déviations
A. Dermoune	Équations différentielles stochastiques
J-L. Bon	Analyse mathématique de fiabilité
B. Jedynak	Théorie de l'information et applications en imagerie