Université des Sciences et Technologies de Lille

Université du Littoral Côte d'Opale

Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis

D.E.A. Mathématiques Appliquées
Année universitaire 2001-2002

Présentation générale

Le D.E.A. de Mathématiques Appliquées est organisé conjointement par l'Université des Sciences et Technologies de Lille (établissement principal), l'Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis et l'Université du Littoral Côte d'Opale.

Ce D.E.A. s'adresse à des étudiants ayant déjà acquis de solides connaissances en mathématiques (niveau maîtrise).

Les mathématiques appliquées sont devenues un élément essentiel du progrès scientifique et technologique. Les différents domaines mathématiques concernés sont variés et en évolution rapide ; leur développement se traduit par un besoin accru en chercheurs mathématiciens.

Le D.E.A., par sa large gamme de cours, offre une formation théorique et appliquée couvrant les différents aspects de cette discipline :

- Analyse Numérique et Approximation (ANA)
- Équations aux dérivées partielles et analyse numérique des EDP (EDP)
- Probabilités
- Statistique

Ainsi, les étudiants sortant du D.E.A. maîtrisent non seulement certains développements les plus récents des mathématiques appliquées mais, grâce au mémoire/stage, possèdent également une première expérience de réalisation de projet de recherche portant sur les applications d'intérêt scientifique et industriel.

Objectifs et Débouchés

L'année de D.E.A. est une transition entre enseignement classique de premier et deuxième cycle et la prise d'initiatives dans la découverte de problèmes actuels qu'ils soient théoriques ou liés aux applications, éventuellement industrielles.

Le projet pédagogique a été conçu selon quatre objectifs, qui sont d'offrir une formation la plus complète possible en mathématiques appliquées, de diversifier les niveaux d'abstraction des enseignements, de développer les interactions entre les différents axes enseignés et de favoriser les liens avec les équipes de disciplines voisines, notamment avec les autres laboratoires de l'école doctorale SPI (informatique, automatique, mécanique, IEMN par exemple) et les écoles d'ingénieurs (École Centrale, ENSAM, EUDIL, ENIC, par exemple).

Le D.E.A. de Mathématiques Appliquées vise à former :

- des chercheurs en mathématiques appliquées susceptibles de faire carrière dans l'enseignement supérieur et dans la recherche,

- des ingénieurs mathématiciens de haut niveau participant aux programmes de haute technologie de l'industrie dans les bureaux d'études industriels ainsi que dans les sociétés de service.

La poursuite en thèse (sous le régime boursier, contractuel ou d'enseignant-chercheur) reste la finalité première du D.E.A.. Le travail de thèse mené au sein des laboratoires associés, en collaboration éventuelle avec des industriels, sous la direction de chercheurs de la formation doctorale procure une formation à la recherche reconnue.

Laboratoires d'accueil

- Laboratoire d'Analyse Numérique et Optimisation (UPRES-EA 1021),
  Université des Sciences et Technologies de Lille
- Laboratoire de Statistique et Probabilités (FRE CNRS 2222),
  Université des Sciences et Technologies de Lille
- Laboratoire de Mathématiques Pures et Appliquées Joseph Liouville (UPRES-EA 2597),
  Université du Littoral Côte d'Opale
- Laboratoire de Mathématiques Appliquées et de Calcul Scientifique (UPRES-EA 2442),
  Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis

Responsable du D.E.A.

Bernhard BECKERMANN
Laboratoire d'Analyse Numérique et d'Optimisation
Université des Sciences et Technologies de Lille
59655 - Villeneuve d'Ascq Cedex (France)
Adresse électronique : deaMA@ano.univ-lille1.fr

Renseignements pratiques

- Le candidat doit retirer et déposer un dossier d'admission pédagogique au

  Secrétariat Scientifique – Mme Bérat
  UFR de Mathématiques Pures et Appliquées – Bâtiment M2
  Université des Sciences et Technologies de Lille
  59655 Villeneuve d'Ascq Cedex
  Téléphone : +33 3 20 43 42 33, Télécopie : +33 3 20 43 43 02,
  Adresse électronique : Raymonde.Berat@univ-lille1.fr

  Date limite de dépôt des candidatures : **30 juin 2001**.
- Les étudiants n'ayant pas les diplômes requis et les titulaires d'un diplôme étranger doivent s'adresser au

  Service Scolarité 3ème cycle

Bâtiment A3
Université des Sciences et Technologies de Lille
59655 Villeneuve d'Ascq
Tel. 03 20 43 44 69, adresse électronique : Scol-cycle3@univ-lille1.fr

ou au Service Scolarité des deux autres Universités pour une demande de validation de leur diplôme.

- Après autorisation, l'inscription se fait au début de l'année universitaire (jusqu'à mi-octobre) auprès des services administratifs des universités concernées.
- Quelques allocations de D.E.A. sont attribuées sur critère pédagogique. Les dossiers sont à retirer à la Scolarité 3ème cycle au moment de l'inscription.

Pour des renseignements plus amples concernant les objectifs du D.E.A. contactez

- J.-L. Bon (Labo de Stat Proba, Lille), Jean-Louis.Bon@eudil.fr
- B. Beckermann (Labo ANO, Lille), Bernhard.Beckermann@univ-lille1.fr
- S. Nicaise (Labo MACS, Valenciennes), Serge.Nicaise@univ-valenciennes.fr
- M. Prévost (Labo LMPA, Littoral), prevost@lmpa.univ-littoral.fr

ou tout autre enseignant du D.E.A. de Mathématiques Appliquées. D'autres sources d'information sont accessible à partir d'internet

- La page officielle du D.E.A. : `http://www.univ-lille1.fr/math/deaMA`
- Le service scolarité à Lille : `http://ustl.univ-lille1.fr/suaio/pages/scol/3eme`

Admission

L'autorisation d'inscription en D.E.A. est délivrée après examen du dossier des candidats.

La maîtrise (Mathématiques, Mathématiques Appliquées, Ingénierie Mathématique) est la voie d'accès normale. La sélection se fait au vu des résultats en licence et maîtrise.

Pour les étudiants non titulaires d'une maîtrise, l'inscription se fait sur dossier. Le plus grand compte sera tenu des programmes des enseignements suivis antérieurement et, éventuellement, l'inscription pourra s'accompagner d'une incitation à suivre un complément de formation de maîtrise.

Pour les écoles d'ingénieurs, l'accueil des élèves sortants ou en dernière année d'études se fait au vu des résultats scolaires, des motivations et sur entretien.

Les diplômes étrangers sont soumis à validation.

Organisation des études

Tronc commun (premier trimestre)

	thème	intitulé du cours
Obligatoire (25h)		Analyse fonctionnelle appliquée
Deux (2x25h) parmi les quatre cours suivants	ANA EDP Proba Stat	Aspects numériques du contrôle Modélisation par EDP Processus stochastiques Statistique des processus
Obligatoire : 25h TD Outils informatiques (S+, LaTeX, Matlab) Obligatoire : Projet d'initiation à la recherche		

Cours spécialisé (deuxième trimestre)

Trois (3x25h) parmi les 8 modules suivants	ANA EDP Proba Stat Autres	Géométrie de la CAO / Approximation vectorielle Méthodes d'éléments finis / Élements finis mixtes Fonctions aléatoires gaussiennes / EDP stochastiques Fiabilité / Théorie de l'information et imagerie Une option d'un autre DEA de l'ED SPI
Obligatoire : **Mémoire/Stage (troisième trimestre)**		

L'enseignement d'informatique au deuxième trimestre est attaché à certains cours spécialisés.

Au 1er trimestre, dans le tronc commun, l'étudiant suit 3 modules de 25h chacun, le module « Outils informatiques » et effectue le « Projet d'initiation à la recherche ». Au 2nd trimestre, l'étudiant choisit 3 cours spécialisés de 25h.

De plus, l'école doctorale propose un module « initiation à la recherche d'emploi » et un module de « méthodologie dans la recherche » (25h en tout).

Sur avis des équipes enseignantes, un étudiant du D.E.A. Mathématiques Appliquées peut être autorisé à choisir, au niveau des cours spécialisés, l'un des cours d'un autre D.E.A. de l'école doctorale ou de 3ème année d'école d'ingénieurs.

Sans préjuger des enseignements et séminaires spécifiques qui pourront être ouverts ultérieurement au titre de l'école doctorale, on encourage les étudiants à enrichir leur formation en suivant, à titre d'exemple :

- soit un module du D.E.A. de Mathématiques pures (par exemple analyse fonctionnelle)
- soit un module du D.E.A. d'Informatique (par exemple Graphique, Bio-Informatique, Calcul formel, Architecture du parallélisme, Optimisation (méthodes et applications)).
- soit un module du D.E.A. de Mécanique (par exemple Méthodes asymptotiques – ondes et stabilité (filière Fluides), Schémas numériques (filière Fluides), Méthode des éléments finis (filière Solides).
- soit le module de CFAO en troisième année de l'ENSAM de Lille.

Comme première démarche de recherche il est demandé à l'étudiant dès la fin du premier trimestre (décembre) de suivre un «projet d'initiation à la recherche» où l'étudiant présente un article dans un des domaines des cours du tronc commun. Le travail doit comporter une illustration numérique, réalisée à l'aide des logiciels étudiés dans le module « Outils informatiques ». Le projet est prévu sur une durée de 2-3 semaines (en parallèle avec les enseignements en cours). Il est encadré par un des enseignants intervenant l'année en cours. Il est évalué par une soutenance orale.

Chaque étudiant choisit de faire son mémoire avec l'un des membres des équipes d'accueil attachées au D.E.A.. Ce mémoire donne lieu à un rapport écrit et à une soutenance orale.

On encourage les étudiants à effectuer un stage soit dans un laboratoire privé ou semi-privé soit dans un laboratoire universitaire, en France (par exemple le laboratoire MASI, de l'Institut Blaise Pascal, l'Université de Versailles St Quentin, l'UTC de Compiègne, l'INRIA Sophia Antipolis) ou à l'étranger, notamment dans les universités auxquelles nous sommes liés par des accords de coopération comme Socrates ou le réseau universitaire franco-germano-russe piloté par le laboratoire ANO. Dans certains cas le rapport de stage pourra tenir lieu de mémoire.

Les étudiants assistent aux séminaires de recherche et/ou groupes de travail liés à leur sujet de mémoire.

Contrôle des connaissances

Le D.E.A. est sanctionné par la moyenne de trois notes :

- la note du tronc commun (examen en janvier) égale à la moyenne des notes obtenues aux trois modules. Cette note peut être modifiée par l'ajout d'un bonus d'au plus un point pour le module « Outils informatiques » et d'au plus un point pour le « Projet d'initiation à la recherche » ;

- la note des options (examens en mars/avril) égale à la moyenne des notes obtenues aux trois options ;
- la note du mémoire.

Une deuxième session sera organisée pour les modules de tronc commun et les options.

Il est conseillé aux étudiants salariés de préparer le D.E.A. en deux ans (ils peuvent obtenir le D.E.A. à la fin de la première année mais ne peuvent pas suivre le D.E.A. en deux ans s'ils ne l'ont pas demandé dès la première inscription). L'autorisation de redoublement du D.E.A. n'est accordée qu'à titre exceptionnel et après décision d'une commission *ad hoc*.

L'autorisation d'inscription en thèse est accordée par le jury après délibération. En aucun cas, elle n'est automatique pour les étudiants reçus au D.E.A..

Calendrier de l'année scolaire 2001-2002

- Réunion de rentrée : Jeudi 27 Septembre 2001 à 10h, Salle de Réunion, Bât. M2, USTL
- Début des cours : Lundi 1 Octobre 2001.

Programme des cours
Année universitaire 2001-2002

Année universitaire 2001-2002
1er trimestre
Cours obligatoire

Analyse fonctionnelle appliquée
Ch. Suquet

L'objectif de ce cours est de permettre une mise à niveau et de proposer des compléments en analyse fonctionnelle en vue d'une utilisation dans les divers enseignements spécialisés du D.E.A. de Mathématiques Appliquées. Les différentes notions abordées seront illustrées dans le cadre d'espaces fonctionnels classiques. Le cours devrait s'articuler autour des thèmes suivants :

- Espaces L^p, espaces de Hölder, Sobolev et Besov.
- Dualité : topologies $*$-forte et $*$-faible. Espaces réflexifs.
- Intégrale de Pettis et de Bochner.
- Bases dans les espaces de Banach : bases de Schauder, bases inconditionnelles.
- Meilleure approximation.
- Compacité en dimension infinie.
- Introduction aux ondelettes.

Bibliographie

- Adams, A., Sobolev spaces, Academic Press (1975).
- Brézis, H., Analyse Fonctionnelle, Masson (1983).
- Meyer, Y., Ondelettes et Opérateurs, t. I, Hermann (1990).
- Rudin, W., Analyse fonctionnelle.
- Schwartz, L., Topologie générale et analyse fonctionnelle.
- Triebel, H., Theory of function spaces II, Birkhaüser (1992).
- Yosida, K. Functional Analysis, Springer (1966).

Année universitaire 2001-2002
1er trimestre
Option ANA

Aspects numériques du contrôle
C. Brezinski

La théorie du contrôle intervient dans de nombreux domaines et ses applications dans l'industrie sont très importantes. Elle consiste, pour un système physique gouverné par une équation différentielle, à contrôler les variables d'entrée de sorte que la sortie se comporte selon certains critères.

La résolution d'un problème de contrôle fait appel à de nombreuses techniques d'analyse numérique qui, par ailleurs, sont utilisées dans d'autres domaines des mathématiques appliquées (approximation, équations aux dérivées partielles, algèbre linéaire, etc).

Le cours débutera par une présentation des notions de base du contrôle linéaire. Puis diverses méthodes numériques récentes utilisées en théorie du contrôle seront traitées: polynômes orthogonaux formels, approximation de Padé, résolution des systèmes linéaires avec régularisation et estimation de l'erreur, méthodes d'extrapolation, équations de Sylvester et Riccati.

Aucun prérequis spécial n'est nécessaire pour aborder ce cours. Des documents de travail seront fournis aux étudiants.

Bibliographie

- T. Kailath, *Linear Systems*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1980.
- J.R. Leigh, *Control Theory. A Guided Tour*, Peter Peregrimus, London, 1992.
- T. Glad, L. Ljung, *Control Theory. Multivariate and Nonlinear Methods*, Taylor and Francis, London, 2000.
- C. Brezinski, *Projection Methods for Systems of Equations*, North–Holland, Amsterdam, 1997.
- C. Brezinski, *Padé–Type Approximation and General Orthogonal Polynomials*, Birkhäuser, Basel, 1980.

Année universitaire 2001-2002
1er trimestre
Option EDP

Modélisation par EDP
J. von Below

- Classification des EDP: Équations hyperboliques, paraboliques et elliptiques
- Théorie d'existence des solutions faibles pour les équations elliptiques linéaires
- Équations d'évolution linéaires, semi–groupes des opérateurs de résolution
- Équations hyperboliques linéaires
- Théorie comparative des équations paraboliques non linéaires
- Introduction au calcul variationnel
- Méthodes variationnelles directes
- Équations elliptiques quasilinéaires, surfaces minimales
- Points critiques dans le calcul variationnel et théorèmes de point-selle et de mountain–pass

Bibliographie

- D. Gilbarg & N. S. Trudinger: *Elliptic partial differential equations of second order*, 1977.
- P. Grisvard: *Elliptic equations in non smooth domains*, 1985.
- F. John: *Partial Differential Equations*, 4e ed. 1991.
- O. A. Ladyženskaja: *The boundary value problems of mathematical physics*, 1985.
- O.A.Ladyženskaja, V.A.Solonnikov & N.N.Ural'ceva: *Linear and quasilinear equations of parabolic type*, 1968.
- O.A.Ladyženskaja & N.N.Ural'ceva: *Linear and quasilinear elliptic equations*, 1968.
- A. Pazy: *Semigroups of linear operators and applications to PDE*, 1983.
- M. Renardy & R. C. Rogers: *An introduction to partial differential equations*, 1993.
- R. Temam: *Infinite–dimensional dynamical systems in mechanics and physics*, 1988.
- W. Walter: *Differential and Integral Inequalities*, 1970

Année universitaire 2001-2002
1er trimestre
Option Proba

Probabilités : processus stochastiques
A. Dermoune

R. Brown, botaniste anglais, décrivit dès 1827 le mouvement brownien comme celui de fines particules organiques en suspension dans un gaz ou un fluide. En 1900, L. Bachelier a introduit le mouvement brownien pour modéliser la dynamique des prix des actions à la bourse. A. Einstein, en 1905, a construit un modèle probabiliste de diffusion pour décrire ce mouvement brownien. Actuellement le mouvement brownien est l'exemple de processus stochastique le plus connu et le plus étudié. Il joue un rôle fondamental dans les sciences mathématiques. Parmi les domaines dans lesquels il intervient nous avons: 1) La modélisation du bruit et les équations aux dérivées partielles. 2) L'analyse fonctionnelle et la théorie des semi-groupes. 3)Les mathématiques financières. 4) La statistique mathématique...

Le but de ce cours est de construire le mouvement brownien, et d'étudier les principales classes de processus stochastiques et les méthodes qui permettent d'en construire de bonnes versions.

Les grandes lignes du cours:

Variables aléatoires à valeurs dans les espaces métriques séparables, lois relativement compactes et la notion de tension.
Construction des processus stochastiques, théorème d'extension de Kolmogorov, régularité des trajectoires.
Les processus vus comme des variables aléatoires à valeurs dans des espaces fonctionnels.
Construction trajectorielle du mouvement brownien.
Construction de la mesure de Wiener et théorème de Donsker.
Martingales, temps d'arrêts, et processus de Markov. Intégrale stochastique et formule de Itô.
Équation de la chaleur et mouvement brownien.

Bibliographie

- **P. Billingsley**, Convergence of Probability measures, Wiley (1968).
- **A.N. Borodin, P. Salminen**, Handbook of Brownian motion: facts and formula, Birkhäuser (1996).
- **A. Dermoune**, Polycopié du cours de DEA 2000-2001.
- **D. Revuz, M. Yor**, Continuous martingales and Brownian motion, Springer (1991).

Année universitaire 2001-2002
1er trimestre
Option Stat

Statistique des processus
M.-Cl. Viano

Représentation spectrale des processus d'ordre 2 à temps discret ou continu, en 1-D ou 2-D. Décomposition de Wold et innovation des processus stationnaires. Processus à courte ou longue mémoire.

Statistique paramétrique : maximum de vraisemblance, estimateur de Whittle. Estimation de l'ordre et des paramètres d'un ARMA.

Statistique non paramétrique. Estimation de la densité spectrale ou de fonctionnelles de la densité spectrale. Application à un test de blancheur.

Bibliographie

- Anderson T. W. (1971). The statistical analysis of time series. Wiley.
- Azencott R., Dacunha-Castelle D. (1984). Séries d'observations irrégulières. Masson.
- Cramer H., Leadbetter R. (1967). Stationary and related stochastic processes. Wiley.
- Dacunha-Castelle D., Duflo M. (1983). Probabilités et Statistiques: vol. 2. Problèmes à temps mobile. Masson.
- Gihman I.I., Skorohod A.V. (1974). The theory of stochastic processes. Springer.
- Grenander U., Rosenblatt M. (1966) Statistical analysis of stationary time series. Wiley.
- Rosenblatt M. (1985). Stationary sequences and random fields. Birkhäuser.

Année universitaire 2001-2002
1er trimestre
Cours obligatoire

Outils informatiques

B. Beckermann (Matlab), C. Brezinski (LaTeX), G. Faÿ, A. Philippe (S+)

Pour mieux répondre aux besoins des Mathématiques Appliquées, on propose un enseignement des outils informatiques sous forme de TD sur machine. Cet enseignement tient compte de la formation déjà acquise en premier et deuxième cycle (langage du type ADA/Pascal/Fortran/C et logiciel de calcul formel).

- Traitement de texte scientifique (LaTeX, 3h)
- Stage de formation sur les logiciels de calcul scientifique (22h) : pendant une semaine d'interruption des cours au premier trimestre, deux jours sont consacrés au logiciel de calcul scientifique Matlab. Le reste de la semaine est organisé sous forme d'options. L'étudiant choisit entre une présentation du logiciel S+ (Statistique) ou un approfondissement de la programmation sous Matlab (Analyse numérique).

Année universitaire 2001-2002
2ème trimestre
Option ANA

Géométrie de la CAO
O. Gibaru

L'objectif est de donner quelques résultats mathématiques récents, nécessaires au développement ou à la création de logiciels industriels en CAO et CFAO (Conception et Fabrication Assistée par Ordinateur).
Les courbes, les surfaces et les splines polynomiales définies par des points de contrôle (forme Bézier-de Casteljau et de Boor) sont les outils principaux de la modélisation en CAO et CFAO et dans divers domaines industriels.
Le cours propose plus généralement la théorie et l'algorithmique du contrôle des courbes, des surfaces et des splines rationnelles *via* la notion de vecteurs massiques. Ce modèle rationnel qui contient le modèle polynomial ci-dessus, permet plus de possibilités afin de satisfaire diverses contraintes mathématiques ou de métier.

Les grandes lignes du cours:

Géométrie projective, l'espace vectoriel des vecteurs massiques. Construction du polygone massique de contrôle des courbes rationnelles: forme (BR), des surfaces rationnelles: forme (SBR) et des splines rationnelles: forme (NR). Cas particulier des courbes et carreaux Bézier-de Casteljau.
Algorithmes de calcul d'un contact. Dérivation. Transformée projective et affine de (BR), (SBR), (NR). Rôle du paramétrage.
Conditions nécessaires et suffisantes de raccordement C^k et G^k en terme de vecteurs massiques.
Divers problèmes sur les courbes avec contraintes cinématiques, mécaniques, esthétiques.
Création de surfaces de remplissage à plusieurs bords et à grande régularité de raccordement.

Bibliographie

- C. de Boor, A Practical Guide to Splines, Springer Verlag (1978)
- J.-C. Fiorot, P. Jeannin, Courbes et Surfaces Rationnelles, Applications à la CAO, RMA 12, Masson (1989). Version anglaise chez Wiley and Sons (1992).
- J.-C. Fiorot, P. Jeannin, Courbes Splines Rationnelles, Applications à la CAO, RMA 24, Masson (1992).
- J. Hoschek, D. Lasser, Fundamentals of CAGD, AK Peters (1993).

Année universitaire 2001-2002
2ème trimestre
Option ANA

Problèmes d'énergie minimale et Applications
B. Beckermann

Dans ce cours, on étudiera quelques outils d'analyse appliquée, notamment d'analyse complexe (applications conformes et fonctions de Green) et de théorie du potentiel logarithmique. On évoquera quelques problèmes extrémaux polynomiaux classiques et on discutera leurs applications en algèbre linéaire numérique (convergence des méthodes itératives, la méthode ADI, étude du conditionnement des matrices structurées, matrices de Toeplitz,...) et en théorie de l'approximation (étude asymptotique des polynmes orthogonaux, étude du taux de convergence en approximation,...).

Bibliographie

- E.B. Saff and V. Totik, Logarithmic potentials with external fields, Springer-Verlag, Berlin, 1997.
- E.M. Nikishin, V.N. Sorokin, Rational Approximations and Orthogonality, Translations of Mathematical Monographs 92, Am. Math. Soc., Providence, R.I. (1991).

Année universitaire 2001-2002
2ème trimestre
Option EDP

Méthodes d'éléments finis; système de Navier-Stokes.

P. Deuring

Problèmes variationnels linéaires, méthode de Galerkin, lemme de Céa, éléments finis de Lagrange, triangulations, espaces conformes d'éléments finis, lemme de Bramble-Hilbert, opérateurs d'interpolation, approximation de solutions de problèmes aux limites elliptiques de deuxième ordre dans des ouverts polygonales par des méthodes d'élément finis, estimations d'erreurs en norme H^1 et L^2, modélisation de phénomènes physiques par le système de Navier-Stokes, système de Stokes, problèmes variationnels mixtes, méthode de Galerkin non linéaire, solutions faibles du système de Navier-Stokes stationnaire, espaces d'applications à valeurs dans un espace de Banach, méthode de Rothe, solutions faibles du système de Navier-Stokes d'évolution, méthodes d'éléments finis mixtes.

Bibliographie

- P. G. Ciarlet: The finite element method for elliptic problems. North-Holland, Amsterdam, 1979.
- M. Feistauer: Mathematical methods in fluid dynamics. Pitman, New York, 1993.
- V. Girault, P.-A. Raviart: Finite element methods for the Navier-Stokes equations. Springer, Berlin e.a., 1986.
- P. L. Lions: Mathematical topics in fluid mechanics, vol. 1, Cambridge University Press, Cambridge, 1996.
- A. Quarteroni, A. Valli: Numerical approximation of partial differential equations. Springer, Berlin e.a., 1994.
- P.-A. Raviart, J.-M. Thomas: Introduction à l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles. Masson, Paris, 1993.
- R. Temam: The Navier-Stokes equations. North-Holland, Amsterdam, 1984.

Année universitaire 2001-2002
2ème trimestre
Option EDP

Méthodes d'éléments finis mixtes de Raviart-Thomas et de Farhloul-Fortin

L. Paquet

- éléments finis mixtes de Raviart-Thomas pour l'équation de Laplace : en plus de l'inconnue scalaire u (représentant par exemple le potentiel en électrostatique), on introduit l'inconnue supplémentaire gradient de u (représentant le champ électrique en électrostatique) et l'on recherche une approximation de l'inconnue supplémentaire grad u sous la forme d'un champ de Raviart-Thomas sur chaque triangle de la triangulation du domaine polygonal dans lequel est posé le problème de Laplace
- éléments finis mixtes de Mohamed Farhloul-Fortin pour le système de Stokes en gradient du champ des vitesses, vitesse et pression: en plus des inconnues traditionnelles vitesse et pression, on introduit comme inconnue supplémentaire le tenseur gradient du champ des vitesses et l'on recherche une approximation de chacune des deux lignes de ce tenseur sur chaque triangle de la triangulation du domaine polygonal dans lequel est posé le problème de Stokes sous forme d'un champ de Raviart-Thomas.

Bibliographie

- V. Girault, P.A. Raviart "Finite Element Methods for Navier-Stokes Equations" SCM 5, Springer-Verlag, 1985.
- F. Brezzi, M. Fortin "Mixed and Hybrid Finite Element Methods", SCM 15, Springer-Verlag, 1991.
- S. Brenner, L.R. Scott "The Mathematical Theory of Finite Element Methods", TAM 15, 1994.
- J.E. Roberts and J-M. Thomas " Mixed and hybrid Methods", in : Handbook of Numerical Analysis, Vol II, Finite Element Methods (Part1), North-holland, Amsterdam (1991) p.523-639.
- A.Quarteroni, A.Valli. "Numerical Approximation of Partial Differential Equations", SCM 23, Springer-Verlag (1994).
- M.Farhloul "Méthodes d'Élément Finis Mixtes et Volumes Finis " Thèse de l'Université de Laval, Québec, Mars 1991.

Année universitaire 2001-2002
2ème trimestre
Option Proba

Fonctions aléatoires gaussiennes
M. Lifshits

Fonctions aléatoires gaussiennes: Quelques classes de fonctions, processus et champs aléatoires. Exemples: processus de Wiener, pont brownien, analogues multi-paramétriques (champ de Wiener-Tchentsov, fonction brownienne de Lévy). Fonction brownienne fractionnaire. Bruit blanc. Processus stationnaires. Processus d'Ornstein-Uhlenbeck.
Répartitions gaussiennes dans un espace de dimension infinie: Barycentre. Covariance. Fonctionnelle caractéristique. Définition des mesures gaussiennes. Exemples: mesure gaussienne standard, mesure gaussienne dans un espace de Hilbert.
Noyau d'une mesure gaussienne: Fonctionnelles linéaires mesurables. Translations admissibles. Noyau d'une mesure. Formule de Cameron-Martin. Loi du $0-1$. Factorisation de la covariance et du noyau. Exemples de calcul pour les mesures les plus importantes.
Convexité et propriétés isopérimétriques: Problème isopérimétrique. Théorème d'Ehrhard. Propriété isopérimétrique pour les demi-espace. Inégalités isopérimétriques. Convexité. Ellipsoide de dispersion. Propriétés isopérimétriques dans un espace de dimension infinie. Répartition d'une fonctionnelle convexe.
Entropie métrique et principe de comparaison: Notions liées à l'entropie métrique et à la capacité. Intégrales de Dudley et de Fernique. Bornes supérieures correspondantes à ces intégrales. Identité de comparaison. Deux formes d'un principe de comparaison. Minorations de Sudakov et de Talagrand.
Régularité de trajectoires: Bornitude et continuité de trajectoires. Intégrale de Dudley comme le module de continuité. Conditions nécessaires et suffisantes de bornitude et continuité. Théorème de Fernique pour les fonctions homogènes.
Mesures majorantes: Deux définitions de la mesure majorante. Mesures majorantes et l'entropie métrique. Estimation d'une fonction aléatoire basée sur une mesure majorante. Théorème de Fernique-Talagrand.

Bibliographie

- M. Ledoux, Gaussian Analysis and Isoperimetry (Cours de l'ecole d'été a St-Flour, Lecture Notes In Math., v.1648, Springer (1996).
- M.A. Lifshits, Gaussian Random Functions, Kluwer (1995).

Année universitaire 2001-2002
2ème trimestre
Option Proba

Équations différentielles stochastiques
A. Dermoune

Ce cours est une application de la théorie des processus stochastiques aux équations aux dérivées partielles avec donnée initiale de Cauchy ou de Dirichlet. Le contenu est le suivant.

La dynamique des fluides et les probabilités.
Diffusions et équations différentielles stochastiques.
Équations de Kolmogorov *forward* et *backward*.
Application aux problèmes de Cauchy et de Dirichlet.

Bibliographie

- **G.K. Batchelor**, An introduction to fluid dynamics, Cambridge University Press 1970.
- **A. Dermoune**, Polycopié du cours de DEA 2000-2001.
- **I. Gihman, A.V. Skorohod**, The theory of Stochastic Processes, Vol. 1, Springer (1974).
- **I. Karatzas, S. Shreve**, Brownian motion and Stochastic calculus, Springer (1987).
- **A. Friedman**, Stochastic differential equations and applications, volume 1 et 2, Academic Press 1975-1976.

Analyse mathématique de fiabilité
J.-L. Bon

Le cours est motivé par l'analyse de défaillance des grands systèmes réparables pour lesquels la théorie statistique asymptotique est inutilisable. La première partie est l'analyse de durée de vie d'un élément (taux de défaillance, vieillissement, etc.). La partie suivante concerne la durée de vie d'un système soit d'un point de vue structurel (arbres) soit d'un point de vue dynamique (modèles markoviens, régénératifs). La dernière partie donne des approximations récentes de fiabilité dans un cadre assez large (défaillances exponentielles et réparations quelconques).

Bibliographie

- J.L. Bon, Fiabilité des systèmes, Masson 94
- C. Cocozza-Thivent , Processus aleatoires en fiabilité, Springer-Verlag 96
- V.V. Kalashnikov, Geometric sums : Bounds for rare events, Kluwer 97

Année universitaire 2001-2002
2ème trimestre
Option Stat

Théorie de l'information et applications en imagerie
B. Jedynak

Le but de ce cours est d'examiner des problèmes tels que la reconstruction d'images bruitées, le recalage d'images multimodales, la reconnaissance de formes dans des images, en utilisant la statistique bayésienne et la théorie de l'information.

Dans un premier temps, nous présentons les outils fondamentaux de la théorie de l'information: notion d'entropie, d'information mutuelle, notion de séquences typiques et fortement typiques, méthodes des types, théorèmes de Shannon de compression (avec et sans perte), Théorème de Sanov. Nous rappelons de plus quelques résultats simples de théorie bayésienne.

Dans un second temps, nous examinons la modélisation probabiliste de problèmes en imagerie. Notre outil privilégié est ici la modélisation bayésienne. Le cas de la reconstruction d'images bruitées est analysé à partir de la méthode de reconstruction par maximum d'entropie. Pour le recalage d'images multimodales, nous utilisons une méthode basée sur la notion d'information mutuelle. En reconnaissance de formes, nous examinons deux problèmes: la reconnaissance de caractères manuscrits et la détection d'une courbe dans une image. A travers la problématique de la reconnaissance de caractères manuscrits, nous examinons le dilemne biais-variance, et son interprétation en théorie de l'information. Pour la détection d'une courbe, nous présentons un algorithme de réduction graduelle de l'entropie. Enfin, nous montrons que la théorie de l'information peut fournir des bornes de détectabilité d'un objet dans une image.

Les outils théoriques présentés dans la première partie du cours sont issus des livres [1] et [2] ci-dessous. Les références pour la suite du cours sont des articles qui seront mentionnés durant le déroulement du cours.

Les prérequis pour suivre ce cours consistent en une bonne maîtrise des notions de probabilités et statistiques élémentaires ainsi qu'une bonne maîtrise d'au moins un outil informatique de programmation: langage Fortran ou C ou C++ ou Java, ... ou encore Matlab.

Pour toute information complémentaire : Bruno.Jedynak@univ-lille1.fr

Bibliographie

- Thomas M. Cover, Joy A. Thomas (1991). *Elements of Information Theory.* John Wiley and Sons. (ISBN0-471-06259-6)
- Imre Csiszar and Janos Korner (1997). *Information Theory.* Akademiai Kiado. (ISBN9-630-57440-3)

Tableau récapitulatif des enseignements

Cours obligatoires

Ch. Suquet	Analyse fonctionnelle appliquée
B. Beckermann & C. Brezinski & G. Faÿ & A. Philippe	Outils informatiques
Tous les enseignants	Projet d'initiation à la recherche

Options

Premier trimestre

C. Brezinski	Aspects numériques du contrôle
J. von Below	Modélisation par EDP
A. Dermoune	Processus stochastiques
M-Cl. Viano	Statistique des processus

Deuxième trimestre

O. Gibaru	Géométrie de la CAO
B. Beckermann	Problèmes d'énergie minimale et Applications
P. Deuring	Méthodes d'éléments finis; système de Navier-Stokes
L. Paquet	Élements finis mixtes
M. Lifshits	Fonctions alátoires gaussiennes
A. Dermoune	Équations différentielles stochastiques
J-L. Bon	Analyse mathématique de fiabilité
B. Jedynak	Théorie de l'information et applications en imagerie