Université des Sciences et Technologies de Lille

Université Université du Littoral Côte d'Opale

Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis

D.E.A. Mathématiques Appliquées
Année universitaire 2000-2001

Présentation générale

Le D.E.A. de Mathématiques Appliquées est organisé conjointement par l'Université des Sciences et Technologies de Lille (établissement principal), l'Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis et l'Université du Littoral Côte d'Opale.

Ce D.E.A. s'adresse à des étudiants ayant déjà acquis de solides connaissances en mathématiques (niveau maîtrise).

Les mathématiques appliquées sont devenues une clé maîtresse du progrès scientifique et technologique. Les différents domaines mathématiques concernés sont variés et en évolution rapide ; leur développement se traduit par un besoin accru en chercheurs mathématiciens.

Le D.E.A., par sa large gamme de cours, offre une formation théorique et appliquée couvrant les différents aspects de cette discipline :

- Analyse Numérique et Approximation (ANA)
- Équations aux dérivées partielles et analyse numérique des EDP (EDP)
- Probabilités
- Statistique

Ainsi, les étudiants sortant du D.E.A. maîtrisent non seulement certains développements les plus récents des mathématiques appliquées mais, grâçe au mémoire/stage, possèdent également une première expérience de réalisation de projet de recherche portant sur les applications d'intérêt scientifique et industriel.

Objectifs et Débouchés

L'année de D.E.A. est une transition entre enseignement classique de premier et deuxième cycle et la prise d'initiatives dans la découverte de problèmes actuels qu'ils soient théoriques ou liés aux applications, éventuellement industrielles.

Le projet pédagogique a été conçu selon quatre objectifs, qui sont d'offrir une formation la plus complète possible en mathématiques appliquées, de diversifier les niveaux d'abstraction des enseignements, de développer les interactions entre les différents axes enseignés et de favoriser les liens avec les équipes de disciplines voisines, notamment avec les autres laboratoires de l'école doctorale SPI (informatique, automatique, mécanique, IEMN par exemple) et les écoles d'ingénieurs (École Centrale, ENSAM, EUDIL, ENIC, par exemple).

Le D.E.A. de Mathématiques Appliquées vise à former :

- des chercheurs en mathématiques appliquées susceptibles de faire carrière dans l'enseignement supérieur et dans la recherche,

- des ingénieurs mathématiciens de haut niveau participant aux programmes de haute technologie de l'industrie dans les bureaux d'études industriels ainsi que dans les sociétés de service.

La poursuite en thèse (sous le régime boursier, contractuel ou d'enseignant-chercheur) reste la finalité première du D.E.A.. Le travail de thèse mené au sein des laboratoires associés, en collaboration éventuelle avec des industriels, sous la direction de chercheurs de la formation doctorale procure une formation à la recherche reconnue.

Laboratoires d'accueil

- Laboratoire d'Analyse Numérique et Optimisation (UPRES-EA 1021), Université des Sciences et Technologies de Lille
- Laboratoire de Statistique et Probabilités (CNRS-EP 1765), Université des Sciences et Technologies de Lille
- Laboratoire de Mathématiques Pures et Appliquées Joseph Liouville (UPRES-EA 2597), Université du Littoral Côte d'Opale
- Laboratoire de Mathématiques Appliquées et de Calcul Scientifique (UPRES-EA 1379), Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis

Responsable du D.E.A.

Bernhard BECKERMANN
Laboratoire d'Analyse Numérique et d'Optimisation
Université des Sciences et Technologies de Lille
59655 - Villeneuve d'Ascq Cedex (France)
Adresse électronique : deaMA@ano.univ-lille1.fr

Renseignements pratiques

- Le candidat doit retirer et déposer un dossier d'admission pédagogique au
  Secrétariat Scientifique – Mme Bérat
  UFR de Mathématiques Pures et Appliquées – Bâtiment M2
  Université des Sciences et Technologies de Lille
  59655 Villeneuve d'Ascq Cedex
  Téléphone : +33 3 20 43 42 33, Télécopie : +33 3 20 43 43 02,
  Adresse électronique : Raymonde.Berat@univ-lille1.fr

  Date limite de dépôt des candidatures : 30 juin 2000.
- Les étudiants n'ayant pas les diplômes requis et les titulaires d'un diplôme étranger doivent s'adresser au
  Service Scolarité 3ème cycle

Bâtiment A3
Université des Sciences et Technologies de Lille
59655 Villeneuve d'Ascq
Tel. 03 20 43 44 69, adresse électronique : Scol-cycle3@univ-lille1.fr

ou au Service Scolarité des deux autres Universités pour une demande de validation de leur diplôme.

- Après autorisation, l'inscription se fait au début de l'année universitaire (jusqu'à mi-octobre) auprès des services administratifs des universités concernées.
- Quelques allocations de D.E.A. sont attribuées sur critère pédagogique. Les dossiers sont à retirer à la Scolarité 3ème cycle au moment de l'inscription.

Pour des renseignements plus amples concernant les objectifs du D.E.A. contactez

- A. Bar-Hen (Labo de Stat Proba, Lille), Avner.Bar-Hen@univ-lille1.fr
- B. Beckermann (Labo ANO, Lille), Bernhard.Beckermann@univ-lille1.fr
- S. Nicaise (Labo MACS, Valenciennes), Serge.Nicaise@univ-valenciennes.fr
- M. Prévost (Labo LMPA, Littoral), prevost@lmpa.univ-littoral.fr

ou tout autre enseignant du D.E.A. de Mathématiques Appliquées. D'autres sources d'information sont accessible à partir d'internet

- La page officielle du D.E.A. : `http://www.univ-lille1.fr/math/deaMA`
- Le service scolarité à Lille : `http://ustl.univ-lille1.fr/suaio/pages/scol/3eme`

Admission

L'autorisation d'inscription en D.E.A. est délivrée après examen du dossier des candidats.

La maîtrise (Mathématiques, Mathématiques Appliquées, Ingénierie Mathématique) est la voie d'accès normale. La sélection se fait au vu des résultats en licence et maîtrise.

Pour les étudiants non titulaires d'une maîtrise, l'inscription se fait sur dossier. Le plus grand compte sera tenu des programmes des enseignements suivis antérieurement et, éventuellement, l'inscription pourra s'accompagner d'une incitation à suivre un complément de formation de maîtrise.

Pour les écoles d'ingénieurs, l'accueil des élèves sortants ou en dernière année d'études se fera au vu des résultats scolaires, des motivations et sur entretien.

Les diplômes étrangers sont soumis à validation.

Organisation des études

Tronc commun (premier trimestre)

	thème	intitulé du cours
Obligatoire (25h)		Analyse fonctionnelle appliquée
Deux (2x25h) parmi les quatre cours suivants	ANA EDP Proba Stat	Aspects numériques du contrôle Modélisation par EDP Processus stochastiques Statistique des processus
Obligatoire : 15h TD Outils informatiques de base (S+, LaTeX, Matlab)		

Cours spécialisé (deuxième trimestre)

Trois (3x25h) parmi les 8 modules suivants	ANA EDP Proba Stat	Géométrie de la CAO / Extrapolation et approximation Éléments finis mixtes / EDP et applications Fonctions aléatoires gaussiennes / EDP stochastiques Analyse mathématique de fiabilité / Le modèle linéaire généralisé
Obligatoire : **Mémoire/Stage (troisième trimestre)**		

L'enseignement d'informatique du deuxième trimestre est attaché à certains cours spécialisés.

Dans le tronc commun, l'étudiant suit 3 cours de 25h ainsi que 15h TD d'informatique. Au deuxième trimestre, l'étudiant choisit 3 cours spécialisés de 25h (plus 10h TD d'informatique).

De plus, l'école doctorale propose un module « initiation à la recherche d'emploi » et un module de « méthodologie dans la recherche » (25h en tout).

Sur avis des équipes enseignantes, un étudiant du D.E.A. Mathématiques Appliquées peut être autorisé à choisir, au niveau des cours spécialisés, l'un des cours d'un autre D.E.A. de l'école doctorale ou de 3ème année d'école d'ingénieurs.

Sans préjuger des enseignements et séminaires spécifiques qui pourront être ouverts ultérieurement au titre de l'école doctorale, on encourage les étudiants à enrichir leur formation en suivant, à titre d'exemple :

- soit un module du D.E.A. de Mathématiques pures (par exemple analyse fonctionnelle)
- soit un module du D.E.A. d'Informatique (par exemple Graphique, Bio-Informatique, Calcul formel, Architecture du parallélisme, Optimisation (méthodes et applications)).
- soit un module du D.E.A. de Mécanique (par exemple Méthodes asymptotiques – ondes et stabilité (filière Fluides), Schémas numériques (filière Fluides), Méthode des éléments finis (filière Solides).
- soit le module de CFAO en troisième année de l'ENSAM de Lille.

Chaque étudiant choisit de faire son mémoire avec l'un des membres des équipes d'accueil attachées au D.E.A.. Ce mémoire donne lieu à un rapport écrit et à une soutenance orale.

On encourage les étudiants à effectuer un stage soit dans un laboratoire privé ou semi-privé soit dans un laboratoire universitaire, en France (par exemple le laboratoire MASI, de l'Institut Blaise Pascal, l'Université de Versailles St Quentin ou l'UTC de Compiègne) ou à l'étranger, notamment dans les universités auxquelles nous sommes liés par des accords de coopération comme ERASMUS. Dans certains cas le rapport de stage pourra tenir lieu de mémoire.

Les étudiants assistent aux séminaires de recherche liés à leur sujet de mémoire.

Contrôle des connaissances

Le D.E.A. est sanctionné par la moyenne de trois notes :

- la note du tronc commun (examen en décembre/janvier) égale à la moyenne des notes obtenues aux trois modules ;
- la note des options (examens en mars/avril) égale à la moyenne des notes obtenues aux trois options ;
- la note du mémoire.

Une deuxième session sera organisée pour les modules de tronc commun et les options.

Il est conseillé aux étudiants salariés de préparer le D.E.A. en deux ans (ils peuvent obtenir le D.E.A. à la fin de la première année mais ne peuvent pas suivre le D.E.A. en deux ans s'ils ne l'ont pas demandé dès la première inscription). L'autorisation de redoublement du D.E.A. n'est accordée qu'à titre exceptionnel et après décision d'une commission *ad hoc*.

L'autorisation d'inscription en thèse est accordée par le jury après délibération. En aucun cas, elle n'est automatique pour les étudiants reçus au D.E.A..

Calendrier de l'année scolaire 2000-2001

- Réunion de rentrée : Vendredi 29 Septembre 2000 à 10h, Salle de Réunion Bât. M2, USTL
- Début des cours : Lundi 2 Octobre 2000.

Programme des cours
Année universitaire 2000-2001

Année universitaire 2000-2001
1er trimestre
Cours obligatoire

Analyse fonctionnelle appliquée
Ch. Suquet

L'objectif de ce cours est de permettre une mise à niveau et de proposer des compléments en analyse fonctionnelle en vue d'une utilisation dans les divers enseignements spécialisés du D.E.A. de Mathématiques Appliquées. Les différentes notions abordées seront illustrées dans le cadre d'espaces fonctionnels classiques. Le cours devrait s'articuler autour des thèmes suivants :

- Rappels d'analyse de Fourier, principe d'incertitude.
- Dualité : topologies $*$-forte et $*$-faible.
- Intégrale de Pettis et de Bochner.
- Théorèmes d'interpolation de Riesz–Thorin et de Marcinkiewicz.
- Espaces de Sobolev et de Besov.
- Bases dans les espaces de Banach : bases de Schauder, bases inconditionnelles.
- Notions sur les ondelettes.
- Introduction à la théorie du potentiel logarithmique.

Bibliographie

- Adams, A., Sobolev spaces, Academic Press (1975).
- Brézis, H., Analyse Fonctionnelle, Masson (1983).
- Meyer, Y., Ondelettes et Opérateurs, t. I, Hermann (1990).
- Saff, E. B., Totik, V., Logarithmic potentials with external fields, Springer (1997).
- Triebel, H., Theory of function spaces II, Birkhäuser (1992).

Année universitaire 2000-2001
1er trimestre
Option ANA

Aspects numériques du contrôle
C. Brezinski

La théorie du contrôle intervient dans de nombreux domaines et ses applications dans l'industrie sont très importantes. Elle consiste, pour un système physique gouverné par une équation différentielle, à contrôler les variables d'entrée de sorte que la sortie se comporte selon certains critères.

La résolution d'un problème de contrôle fait appel à de nombreuses techniques d'analyse numérique qui, par ailleurs, sont utilisées dans d'autres domaines des mathématiques appliquées (approximation, équations aux dérivées partielles, algèbre linéaire, etc).

Le cours débutera par une présentation des notions de base du contrôle linéaire. Puis diverses méthodes numériques récentes utilisées en théorie du contrôle seront traitées: polynômes orthogonaux formels, approximation de Padé, résolution des systèmes linéaires avec régularisation et estimation de l'erreur, méthodes d'extrapolation, équations de Sylvester et Riccati.

Aucun prérequis spécial n'est nécessaire pour aborder ce cours. Des documents de travail seront fournis aux étudiants.

Bibliographie

- T. Kailath, *Linear Systems*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1980.
- J.R. Leigh, *Control Theory. A Guided Tour*, Peter Peregrimus, London, 1992.
- T. Glad, L. Ljung, *Control Theory. Multivariate and Nonlinear Methods*, Taylor and Francis, London, 2000.
- C. Brezinski, *Projection Methods for Systems of Equations*, North–Holland, Amsterdam, 1997.
- C. Brezinski, *Padé–Type Approximation and General Orthogonal Polynomials*, Birkhäuser, Basel, 1980.

Année universitaire 2000-2001
1er trimestre
Option EDP

Modélisation par EDP
J. von Below, P. Deuring

Classification des EDP, espaces de Sobolev et quelques outils d'analyse fonctionnelle, opérateurs non bornés, Théorème de Lax–Milgram, inégalité de Garding, le principe du maximum dans $H^1(\Omega)$ pour les EDP elliptiques linéaires, opérateur de Green, régularité supérieure, théorie d'existence des solutions faibles pour les équations elliptiques linéaires, équations d'évolution linéaires, semi–groupes des opérateurs, Théorèmes de Hille–Yosida et de Lumer–Phillips, applications aux équations linéaires paraboliques et hyperboliques, cônes temporelles et spatiaux pour les équations hyperboliques linéaires générales, vitesse de propagation finie et existence des solutions faibles par une méthode de Galerkin, lemme de Céa, éléments finis de Lagrange, familles régulières de triangulations, espaces conformes d'éléments finis, lemme de Bramble-Hilbert, approximation de solutions de problèmes aux limites elliptiques de deuxième ordre dans des ouverts polyédriques par des méthodes d'éléments finis, estimations d'erreur en norme H^k.

Bibliographie

- P. G. Ciarlet: The finite element method for elliptic problems, 1978.
- D. Gilbarg et N. S. Trudinger: Elliptic partial differential of second order, 2e édition, 1988.
- O. A. Ladyzenskaja: The boundary value problems of mathematical physics, 1985.
- A. Pazy: Semigroups of linear operators and applications to PDE, 1983.
- P.-A. Raviart et J.-M. Thomas: Introduction à l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles, 1993.
- R. Temam: The Navier-Stokes equations, 1984.
- J. Wloka: PDE, 1987

Année universitaire 2000-2001
1er trimestre
Option Proba

Probabilités : processus stochastiques

A. Dermoune

R. Brown, botaniste anglais, décrivit dès 1827 le mouvement brownien comme celui de fines particules organiques en suspension dans un gaz ou un fluide. En 1900, L. Bachelier a introduit le mouvement brownien pour modéliser la dynamique des prix des actions à la bourse. A. Einstein, en 1905, a construit un modèle probabiliste de diffusion pour décrire ce mouvement brownien. Actuellement le mouvement brownien est l'exemple de processus stochastique le plus connu et le plus étudié. Il joue un rôle fondamental dans les sciences mathématiques. Parmi les domaines dans lesquels il intervient nous avons: 1) La modélisation du bruit et les équations aux dérivées partielles. 2) L'analyse fonctionnelle et la théorie des semi-groupes. 3) L'analyse harmonique, la théorie spectrale et ergodique. 4)Les mathématiques financières. 5) La statistique mathématique...

Le but de ce cours est d'étudier les principales classes de processus stochastiques et les méthodes qui permettent d'en construire de bonnes versions.

Les grandes lignes du cours:

Variables aléatoires, lois marginales, l'indépendance, processus stochastiques.
Théorème d'extension de Kolmogorov, régularité des trajectoires.
Les processus vus comme des mesures sur des espaces fonctionnels.
Principales classes de processus stochastiques (stationnaires, markoviens, martingales).
Critère de tension dans l'espace des trajectoires continues.
Construction de la mesure de Wiener et du mouvement brownien.
Théorème de Donsker.
Calcul stochastique et son lien avec les équations aux dérivées partielles.
Application à l'équation de la chaleur.

Bibliographie

- **P. Billingsley**, Convergence of Probability measures, Wiley (1968).
- **A.N. Borodin, P. Salminen**, Handbook of Brownian motion: facts and formula, Birkhäuser (1996).
- **D. Revuz, M. Yor**, Continuous martingales and Brownian motion, Springer (1991).

Année universitaire 2000-2001
1er trimestre
Option Stat

Statistique des processus
M.-Cl. Viano

Représentation spectrale des processus d'ordre 2 à temps discret ou continu, en 1-D ou 2-D. Décomposition de Wold et innovation des processus stationnaires. Processus à courte ou longue mémoire.

Statistique paramétrique : maximum de vraisemblance, estimateur de Whittle. Estimation de l'ordre et des paramètres d'un ARMA.

Statistique non paramétrique. Estimation de la densité spectrale ou de fonctionnelles de la densité spectrale. Application à un test de blancheur.

Bibliographie

- Azencott et Dacunha-Castelle: Séries d'observations irrégulières. Masson. 1984.
- Bhattacharya and Waymire: Stochastic processes with applications. Wiley. 1990.
- Brockwell and Davis: Time series. Theory and methods. Springer. 1987.
- Härdle: Applied nonparametric regression. Cambridge University Press. 1990.

Année universitaire 2000-2001
1er trimestre
Cours obligatoire

Informatique

A. Bar-Hen (S+), C. Brezinski (LaTeX), N. Revol (Matlab)

- Compléments de formation sur les logiciels de calcul scientifique :
  - Matlab (Analyse numérique)
  - S+ (Statistique).

  Comme illustration on choisira des thèmes issus de chaque axe et d'un intérêt général.

- Traitement de texte scientifique (LaTeX, 3h)

Année universitaire 2000-2001
2ème trimestre
Option ANA

Géométrie de la CAO
J.-C. Fiorot et O. Gibaru

L'objectif est de donner quelques résultats mathématiques récents, nécessaires au développement ou à la création de logiciels industriels en CAO et CFAO (Conception et Fabrication Assistée par Ordinateur).
Les courbes, les surfaces et les splines polynomiales définies par des points de contrôle (forme Bézier-de Casteljau et de Boor) sont les outils principaux de la modélisation en CAO et CFAO et dans divers domaines industriels.
Le cours propose plus généralement la théorie et l'algorithmique du contrôle des courbes, des surfaces et des splines rationnelles *via* la notion de vecteurs massiques. Ce modèle rationnel qui contient le modèle polynomial ci-dessus, permet plus de possibilités afin de satisfaire diverses contraintes mathématiques ou de métier.

Les grandes lignes du cours:

Géométrie projective, l'espace vectoriel des vecteurs massiques. Construction du polygone massique de contrôle des courbes rationnelles: forme (BR), des surfaces rationnelles: forme (SBR) et des splines rationnelles: forme (NR). Cas particulier des courbes et carreaux Bézier-de Casteljau.
Algorithmes de calcul d'un contact. Dérivation. Transformée projective et affine de (BR), (SBR), (NR). Rôle du paramétrage.
Conditions nécessaires et suffisantes de raccordement C^k et G^k en terme de vecteurs massiques.
Divers problèmes sur les courbes avec contraintes cinématiques, mécaniques, esthétiques.
Création de surfaces de remplissage à plusieurs bords et à grande régularité de raccordement.

Bibliographie

- C. de Boor, A Practical Guide to Splines, Springer Verlag (1978)
- J.-C. Fiorot, P. Jeannin, Courbes et Surfaces Rationnelles, Applications à la CAO, RMA 12, Masson (1989). Version anglaise chez Wiley and Sons (1992).
- J.-C. Fiorot, P. Jeannin, Courbes Splines Rationnelles, Applications à la CAO, RMA 24, Masson (1992).
- J. Hoschek, D. Lasser, Fundamentals of CAGD, AK Peters (1993).

Année universitaire 2000-2001
2ème trimestre
Option ANA

Extrapolation et Approximation

M. Prévost, J. Van Iseghem

Dans une première partie, on considèrera les méthodes générales d'extrapolation (c'est à dire accélération de méthodes itératives) quand on connait le développement asymptotique de l'erreur d'approximation sur une échelle de fonctions. On donnera des résultats d'encadrement de l'erreur dans le cas où l'échelle forme un système totalement positif. Les méthodes d'approximation conduisent également à des algorithmes de prédiction qui seront utilisés dans la résolution numérique de certaines EDP. Dans le cas où les coefficients du développement asymptotique sont connus, des résultats d'approximation diophantienne de nombres réels donnés par des sommes de séries seront donnés.

La seconde partie présentera un certain nombre d'extensions aux problèmes vectoriels voir matriciels. Le problème sera, par le biais de l'approximation rationnelle, lié au problème scalaire, aux polynômes orthogonaux scalaires et vectoriels, au problème des moments et à la représentation en fraction continue d'une fonction vectorielle. Des applications seront données, notamment à la résolution des systèmes linéaires.

Bibliographie

- C.Brezinski, M.Redivo-Zaglia : *Extrapolation methods,theory and practice* Studies in Comp. Math. 2, North-Holland 1991
- C.Brezinski, J.Van Iseghem : *Padé Approximants* in Handbook in Numer. Anal. vol III, North-Holland 1994
- J. Karlin, *Total positivity*, Stanford University Press, 1986.

Année universitaire 2000-2001
2ème trimestre
Option EDP

EDP et applications

J. von Below, P. Deuring

Méthodes variationnelles directes et méthodes variationnelles sous contraintes, minima, points critiques et théorèmes de type mountain pass, équations elliptiques non linéaires, problème de régularité, surfaces minimales, modélisation de phénonèmes physiques par le système de Navier-Stokes, système de Stokes et problèmes variationnels mixtes (voir CS "éléments finis mixtes"), système de Navier-Stokes incompressible stationnaire, méthode de Galerkin non linéaire, solutions faibles du système de Navier-Stokes stationnaire, système de Navier-Stokes incompressible d'évolution, espaces de fonctions à valeurs dans un espace de Banach, méthode de Rothe, solutions faibles du système de Navier-Stokes d'évolution, quelques remarques sur les solutions fortes de ce système.

Bibliographie

- B. Dacarogna: Direct methods in the calculus of variations, 1989.
- M. Giaquinta et St. Hildebrandt: Calculus of variations I/II, 1996.
- D. Gilbarg et N. S. Trudinger: Elliptic partial differential of second order, 2e édition, 1988.
- V. Girault et P.–A. Raviart: Finite element methodes for the Navier–Stokes Equations, 1986.
- P. L. Lions: Mathematical topics in fluid mechanics, vol. I, 1996.
- M. Struwe: Variational methods, 2e éd. 1996.
- R. Temam: The Navier-Stokes equations, 1984.

Année universitaire 2000-2001
2ème trimestre
Option EDP

Éléments finis mixtes
L. Paquet

- éléments finis mixtes pour le système de Stokes en vitesse-pression
- éléments finis mixtes pour l'équation de Laplace
- éléments finis mixtes pour le système de Stokes en gradient du champ des vitesses, vitesse et pression

Bibliographie

- V. Girault, P.A. Raviart "Finite Element Methods for Navier-Stokes Equations" SCM 5, Springer-Verlag, 1985.
- F. Brezzi, M. Fortin "Mixed and Hybrid Finite Element Methods", SCM 15, Springer-Verlag, 1991.
- S. Brenner, L.R. Scott "The Mathematical Theory of Finite Element Methods", TAM 15, 1994.
- J.E. Roberts and J-M. Thomas " Mixed and hybrid Methods", in : Handbook of Numerical Analysis, Vol II, Finite Element Methods (Part1), North-holland, Amsterdam (1991) p.523-639.
- A.Quarteroni, A.Valli. "Numerical Approximation of Partial Differential Equations", SCM 23, Springer-Verlag (1994).
- M.Farhloul "Méthodes d'Élément Finis Mixtes et Volumes Finis " Thèse de l'Université de Laval, Québec, Mars 1991.

Année universitaire 2000-2001
2ème trimestre
Option Proba

Fonctions aléatoires gaussiennes
M. Lifshits

Fonctions aléatoires gaussiennes: Quelques classes de fonctions, processus et champs aléatoires. Exemples: processus de Wiener, pont brownien, analogues multi-paramétriques (champ de Wiener-Tchentsov, fonction brownienne de Lévy). Fonction brownienne fractionnaire. Bruit blanc. Processus stationnaires. Processus d'Ornstein-Uhlenbeck.
Répartitions gaussiennes dans un espace de dimension infinie: Barycentre. Covariance. Fonctionnelle caractéristique. Définition des mesures gaussiennes. Exemples: mesure gaussienne standard, mesure gaussienne dans un espace de Hilbert.
Noyau d'une mesure gaussienne: Fonctionnelles linéaires mesurables. Translations admissibles. Noyau d'une mesure. Formule de Cameron-Martin. Loi du $0-1$. Factorisation de la covariance et du noyau. Exemples de calcul pour les mesures les plus importantes.
Convexité et propriétés isopérimétriques: Problème isopérimétrique. Théorème d'Ehrhard. Propriété isopérimétrique pour les demi-espace. Inégalités isopérimétriques. Convexité. Ellipsoide de dispersion. Propriétés isopérimétriques dans un espace de dimension infinie. Répartition d'une fonctionnelle convexe.
Entropie métrique et principe de comparaison: Notions liées à l'entropie métrique et à la capacité. Intégrales de Dudley et de Fernique. Bornes supérieures correspondantes à ces intégrales. Identité de comparaison. Deux formes d'un principe de comparaison. Minorations de Sudakov et de Talagrand.
Régularité de trajectoires: Bornitude et continuité de trajectoires. Intégrale de Dudley comme le module de continuité. Conditions nécessaires et suffisantes de bornitude et continuité. Théorème de Fernique pour les fonctions homogènes.
Mesures majorantes: Deux définitions de la mesure majorante. Mesures majorantes et l'entropie métrique. Estimation d'une fonction aléatoire basée sur une mesure majorante. Théorème de Fernique-Talagrand.

Bibliographie

- M. Ledoux, Gaussian Analysis and Isoperimetry (Cours de l'ecole d'été a St-Flour, Lecture Notes In Math., v.1648, Springer (1996).
- M.A. Lifshits, Gaussian Random Functions, Kluwer (1995).

Année universitaire 2000-2001
2ème trimestre
Option Proba

Équations différentielles stochastiques et équations aux dérivées partielles

A. Dermoune

Ce cours est une application de la théorie des processus stochastiques aux équations aux dérivées partielles avec donnée initiale de Cauchy ou de Dirichlet. Le contenu est le suivant.

Processus de Markov, temps d'arrêts.
Processus de Markov et diffusions.
Équations de Kolmogorov *forward* et *backward*.
Recherche des densités de transitions de la diffusion de Ornstein–Uhlenbeck en utilisant la transformée de Fourier et la méthode des caractéristiques.
Construction des diffusions à l'aide des équations différentielles stochastiques.
Application aux problèmes de Cauchy et de Dirichlet.
Lien entre les processus stochastiques, la théorie du potentiel et les équations aux dérivées partielles.

Bibliographie

- **I. Gihman, A.V. Skorohod**, The theory of Stochastic Processes, Vol. 1, Springer (1974).
- **I. Karatzas, S. Shreve**, Brownian motion and Stochastic calculus, Springer (1987).
- **B. Oksendal**, Stochastic differential equations, An introduction with applications, Fourth edition, Springer 1995.

Année universitaire 2000-2001
2ème trimestre
Option Stat

Analyse mathématique de fiabilité
J.-L. Bon

Le cours est motivé par l'analyse de défaillance des grands systèmes réparables pour lesquels la théorie statistique asymptotique est inutilisable. La première partie est l'analyse de durée de vie d'un élément (taux de défaillance, vieillissement, etc.). La partie suivante concerne la durée de vie d'un système soit d'un point de vue structurel (arbres) soit d'un point de vue dynamique (modèles markoviens, régénératifs). La dernière partie donne des approximations récentes de fiabilité dans un cadre assez large (défaillances exponentielles et réparations quelconques).

Bibliographie

- J.L. Bon, Fiabilité des systèmes, Masson 94
- C. Cocozza-Thivent , Processus aleatoires en fiabilité, Springer-Verlag 96
- V.V. Kalashnikov, Geometric sums : Bounds for rare events, Kluwer 97

Année universitaire 2000-2001
2ème trimestre
Option Stat

Le modèle linéaire généralisé
A. Bar-Hen

Ce cours s'intéresse au thème de la modélisation et plus particulièrement aux méthodes linéaires et à celles qui se ramènent au cas linéaire. Ce cours est une introduction aux méthodes dans lesquelles interviennent des combinaisons linéaires des variables dites explicatives. Celles-ci visent donc à l'estimation d'un nombre généralement restreint de paramètres intervenant dans cette combinaison mais sans aborder les techniques spécifiques à l'étude des séries chronologiques. Les méthodes non-paramétriques élémentaires (loess, noyaux, splines) seront introduites dans le cas unidimensionnel.

Le cadre général de ce cours considère donc les observations d'une variable aléatoire Y dite réponse, exogène, dépendante qui doit être expliquée (modélisée) par les mesures effectuées sur p variables dites explicatives, de contrôle, endogènes, dépendantes, régresseurs. Ces variables peuvent être quantitatives ou qualitatives, ce critère déterminant le type de méthode ou de modèle à mettre en œuvre.

Les propriétés des modèles statistiques seront présentées et la pratique sera illustrée par des sorties logicielles.

Les grand thèmes de ce cours sont :

Rappel sur le modèle linéaire.

Concepts communs aux modèles paramétriques : fonction de lien, vraisemblance, tests, diagnostics, résidus, sélection de modèles, etc.

Modèle additif généralisé.

Introduction aux modèles non linéaires.

Bibliographie

- McCullagh, P.; Nelder, J.A. (1989). *Generalized linear models. 2nd ed.* Chapman and Hall
- Hastie, T.J.; Tibshirani, R.J. (1990). *Generalized additive models.* Chapman and Hall
- Burnham, Kenneth P.; Anderson, David A. (1998). Model selection and inference. A practical information theoretic approach. Springer.

Tableau récapitulatif des enseignements

Cours obligatoires

Ch. Suquet	Analyse fonctionnelle appliquée
A. Bar-Hen & C. Brezinski & N. Revol	Informatique

Options

Premier trimestre

C. Brezinski	Aspects numériques du contrôle
J. von Below & P. Deuring	Modélisation par EDP
A. Dermoune	Processus stochastiques
M-Cl. Viano	Statistique des processus

Deuxième trimestre

J.-C. Fiorot & O. Gibaru	Géométrie de la CAO
J. Van Iseghem & M. Prévost	Extrapolation et approximation
J. von Below & P. Deuring	EDP et applications
L. Paquet	Éléments finis mixtes
M. Lifshits	Fonctions alátoires gaussiennes
A. Dermoune	Équations différentielles stochastiques et EDP
A. Bar-Hen	Le modèle linéaire généralisé
J-L. Bon	Analyse mathématique de fiabilité