PROPOSITION DE COURS DE MASTER 2, S4 2023-2024

MIHAI TIBĂR

Topologie des hypersurfaces projectives

Ce cours spécialisé est une introduction à l'étude de la topologie des hypersurfaces singuliers.

On commencera avec un "crash course" sur les courbes planes, pour ensuite passer à des méthodes spécifiques d'étude de la topologie des hypersurfaces projectives.

La programme proposé permet d'aborder des thématiques de recherche en lien avec la géométrie algébrique, concernant certaines ramifications actuelles comme : hypersurfaces homaloïdales, la topologie des applications polynomiales, des invariants locaux des singularités. Si le temps permetra, on donnera quelques applications dans l'optimisation.

Plusieurs sujets de thèse de doctorat sont possibles à l'issue du cours.

Prérequis (désirables mais pas indispensables) : Géométrie Différentielle et Topologie Algébrique (M1), Géométrie (M2).

Les étudiants auront la possibilité de postuler pour participer à l'école de recherche "Topology and Algebra of Singularities and their Applications" que j'organise à Constanţa, Roumanie, 9-13 septembre 2024.

Eléments du programme de ce cours spécialisé :

(1) Courbes algébriques planes, bases de la topologie : la classification topologique, le genre, Riemann-Hurwitz, relation entre degré et genre, courbes singulières, résolution.
(2) Invariants algébriques et topologiques attachés aux singularités : algèbre de Milnor, fibration de Milnor.
(3) Homologie des hypersurfaces projectives. Géométrie énumérative. Formules de Plücker.
(4) La méthode des courbes polaires. Le degré polaire. Arrangements d'hyperplans.
(5) Applications au "degré de la distance euclidienne" (en anglais : "Euclidean distance degree").

Références

[B] E. Brieskorn, H. Knörrer, Plane algebraic curves. Birkhäuser Verlag, Basel, 1986.

[Di] A. Dimca, Singularities and topology of hypersurfaces. Universitext. Springer-Verlag, New York, 1992.

[Eb] W. Ebeling, Functions of several complex variables and their singularities. Graduate Studies in Mathematics, 83. American Mathematical Society, Providence, RI, 2007.

[F] G. Fischer, Plane algebraic curves, Student Mathematical Library, 15. American Mathematical Society, Providence, RI, 2001.

[GM] M. Goresky, R. MacPherson, Stratified Morse theory. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete (3), 14. Springer-Verlag, Berlin, 1988. xiv+272 pp.

[MT] L. Maxim, M. Tibăr, *Euclidean distance degree and limit points in a Morsification*, Adv. Appl. Math. 152 (2024), 102597.

[Mi] J. Milnor, *Singular points of complex hypersurfaces*, Ann. of Math. Studies 61, Princeton 1968.

[SST] D. Siersma, J.H.M. Steenbrink, M. Tibăr, *On Huh's conjectures for the polar degree*, J. Algebraic Geometry 30 (2021) 189-203.

[ST] D. Siersma, M. Tibăr, *Polar degree and vanishing cycles*, J. Topology 15 (2022), no. 4, 1807-1832.

[Ti1] M. Tibăr, *Complements of hypersurfaces, variation maps and minimal models of arrangements*, dans : Bridging Algebra, Geometry and Topology. Springer Proceedings in Mathematics and Statistics, Vol. 96, pp. 281-289, Springer Verlag 2014.

[Ti2] M. Tibăr, Polar degree of singular hypersurfaces. Chapitre d'un livre en préparation.

Quelques pages d'internet dans la thématique "Hypersurfaces singulières"

△ École de Recherche "Singularities and Applications", Université de Lille, 19-23 juin 2023.

△ CIMPA Research School "Singularities and Applications", Sao Carlos, Brésil, juillet 2021 et juillet 2022. Le site web contient des liens vers une librairie très riche de cours, en fichiers PDF ainsi que des vidéos youtube sur des thématiques en lien avec ce cours de Master 2.

△ Dodécaèdre étoilé, sculpture dans un lieu public à Vienne, Autriche, réalisée à base d'une équation en trois variables. Combien de singularités ?
https ://www.dodekaederstern.cc/

△ The "Barth sextic" is a sextic surface in complex three-dimensional projective space having the maximum possible number of ordinary double points, namely 65. The surface was discovered by W. Barth in 1994, and is given by the implicit equation :
$4(\phi^2x^2 - y^2)(\phi^2y^2 - z^2)(\phi^2z^2 - x^2) - (1 + 2\phi)(x^2 + y^2 + z^2 - w^2)^2w^2 = 0$
where ϕ is the golden ratio.

△ Gallérie de singularités de surfaces algébriques

△ No Art, just Math

Laboratoire Paul Painlevé, Département de Mathématiques. Faculté de Sciences et Technologies, Université de Lille, France.

Email address: mtibar@univ-lille.fr web: math.univ-lille1.fr/∼tibar/