

M1 finance: Logiciels statistiques

TP 4 bis: tests avec R

Emeline Schmisser, emeline.schmisser@math.univ-lille1.fr, bureau 314 (bâtiment M3).

Exercice 1 : Intervalle de confiance exact et asymptotique

Soient (X_1, \dots, X_n) des variables i.i.d de loi de Poisson de paramètre $\theta > 0$. On rappelle que $\mathbb{E}(X) = \theta$, $\text{Var}(X) = \theta$ et que $\sum_{i=1}^n X_i \sim \mathcal{P}(n\theta)$.

1. Simuler $n = 30$ variables i.i.d de loi de Poisson de paramètre $\theta = 1$.
2. On fixe $\alpha = 5\%$. Construire l'intervalle de confiance asymptotique I_a et l'intervalle de confiance exact I_e pour \bar{X}_n .
3. Comparer ces deux intervalles.
4. Simuler 1000 réalisations de \bar{X}_n et compter le nombre de ces réalisations qui tombent dans I_a et dans I_e .
5. Même exercice pour la loi exponentielle.

Exercice 2 : Tests pour la loi normale

Soient X_1, \dots, X_n des variables i.i.d de loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. On veut tester : $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu \neq \mu_0$.

1. On suppose σ^2 connu. Construire une fonction `test_moy_sc` qui étant donné (X_1, \dots, X_n) , σ , et μ_0 renvoie la p -valeur.
2. On suppose σ^2 inconnu. Construire une fonction `test_moy_si` qui étant donné (X_1, \dots, X_n) et μ_0 renvoie la p -valeur. On fera le test de façon exacte.
3. Les faiseurs de pluie. La hauteur annuelle des pluies dans la Beauce (en mm) suit une loi normale $\mathcal{N}(600, 100^2)$. Des entrepreneurs, surnommés "faiseurs de pluies" prétendaient pouvoir augmenter de 50 mm le niveau moyen de pluie par l'insémination des nuages au moyen d'iodure d'argent et augmenter ainsi le taux de production. Leur procédé fut mis à l'essai entre 1951 et 1959 et on releva les hauteurs de pluies suivantes :

Année	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959
mm	510	614	780	512	501	534	603	788	650

- (a) Les entrepreneurs veulent prouver que leur méthode fonctionne (donc que la hauteur de pluie est $> 600mm$). Faire le test, en supposant d'abord que la variance est toujours de 100^2 , puis en supposant la variance inconnue. Peuvent-ils convaincre que leur méthode marche ?
 - (b) Les autorités veulent prouver que la méthode ne marche pas (que la hauteur des pluies est $< 650mm$). Faire le test, en supposant d'abord que la variance est égale à 100^2 , puis en supposant que la variance est inconnue. Peut-on penser que les faiseurs de pluie sont des charlatans ?
4. Sur les boîtes de chocolat, on peut lire : contenance 500g. En réalité, la quantité contenue dans les boîtes est une variable gaussienne X . On observe les données suivantes (en grammes) :

490 490 490 492 492 495 497 497 502 505
Le fabricant tient-il ses engagements?