
Examen MASS - Analyse 2 du 27. Mai 2011

Durée 2h, Documents et appareils numériques interdits.
Toute réponse est à justifier avec soin.

Exercice 1 1. Déterminer le développement limité à l'ordre 4 en $x_0 = 0$ de

$$\ln(\cos(x)) .$$

2. Déterminer la limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin^2(x)}} .$$

Exercice 2 Déterminer la limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln\left(1 + \frac{x^2}{2}\right) - \frac{x^2}{2}}{\sin^4(x)} .$$

Exercice 3 On considère l'équation différentielle

$$y'' + 2y' + y = g(x) \tag{1}$$

où $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction continue.

1. Résoudre l'équation homogène associée à (1).
2. Résoudre (1) si $g(x) = \sin(x)$.
3. Résoudre (1) si $g(x) = x + \sin(x)$.

Tournez la page svp.

Exercice 4 On considère l'équation différentielle

$$e^y y' = 2x(1 - e^y) . \quad (2)$$

1. Résoudre (2) et discuter le domaine de définition des solutions.
2. Déterminer la solution y de (2) qui vérifie $y(0) = \ln(2)$.

Exercice 5 Résoudre l'équation différentielle

$$y' = -y \cos(x) + \cos^3(x) .$$