

---

## Examen MASS - Analyse 2 du 1. Juin 2010

---

Durée 2h, Documents et appareils numériques interdits.  
Toute réponse est à justifier avec soin.

**Exercice 1** Déterminer le développement limité à l'ordre 4 en  $x_0 = 0$  de

$$\frac{1 - \cos x}{1 + \sin^2(x)} .$$

**Exercice 2** Déterminer le développement limité à l'ordre 3 en  $x_0 = 0$  de

$$\exp(\cos(2x)) .$$

**Exercice 3** Déterminer la limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x}{\sin^2(x)} .$$

**Exercice 4** 1. Énoncer la Formule de Taylor-Lagrange.

2. Établir l'inégalité  $e^x > 1 + x + \frac{x^2}{2}$  pour tout  $x \neq 0$ .

**Exercice 5** On considère l'équation différentielle

$$2y = 3y' + g(x) \tag{1}$$

où  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  est une fonction continue.

1. Résoudre l'équation homogène associée à (1).
2. Résoudre (1) si  $g(x) = \sin(2x)$ .
3. Résoudre (1) si  $g(x) = \sin(2x) + 2e^{4x}$ .

Tournez la page svp.

**Exercice 6** On considère l'équation différentielle

$$y' = y(y - 1) . \quad (2)$$

1. Résoudre (2) et discuter le domaine de définition des solutions.
2. Faire un dessin des courbes intégrales de (2).

**Exercice 7** On considère la courbe paramétrée  $\gamma(t) = (x(t), y(t))$  définie par

$$x(t) = e^{t-1} - t \quad \text{et} \quad y(t) = t^3 - 3t .$$

Déterminer les points stationnaires de cette courbe et effectuer une étude locale en ces points.