Département de Mathématiques
Université de Lille 1

MASS - Analyse 2
Année 2009/2010

Examen MASS - Analyse 2 du 24. Juin 2010

Durée 2h, Documents et appareils numériques interdits.
Toute réponse est à justifier avec soin.

Exercice 1 Déterminer les primitives suivantes:

1. $\displaystyle\int \tan(4x)\,dx$.
2. $\displaystyle\int \exp(\sqrt{x})\,dx$.

Exercice 2 Soit $f(x) = \arccos(2x)$.

1. Donner le domaine de définition D_f de la fonction f.
2. Déterminer $f'(x)$, $x \in D_f$.
3. Déterminer le développement limité de f à l'origine à l'ordre 4.

Exercice 3 On considère l'équation diférentielle

$$y' = e^y \cos(x) \ . \tag{1}$$

1. Déterminer les solutions de (1) et préciser les domaines de définition des solutions.
2. Faire un dessin des courbes intégrales de (1).

Exercice 4 Soit $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction continue et considérons l'équation différentielle

$$y'' - 3y' + 2y = sin(2x) \ . \tag{2}$$

1. Trouver les solutions de l'équation homogène assoiée à (2).
2. Trouver toutes les solutions de (2).

Tournez la page svp.

Exercice 5 Soit $I =]0, \sqrt{\pi}[$ et soient x et y des fonctions de classe $C^1(I)$. On considère la courbe paramétrée $\Gamma = \gamma(I)$ où $\gamma(t) = (x(t), y(t))$, $t \in I$.

1. Quelle est la formule qui permet de déterminer la longueur $l(\Gamma)$ de la courbe Γ?
2. Déterminer la longueur de la courbe $\Gamma = \gamma(I)$ dans le cas où

$$x(t) = \cos(t^2) \quad et \quad y(t) = \sin(t^2)\ .$$