

Analyse - lundi 5 décembre 2011, 15h30 - 16h00

INTERROGATION N°3 : DURÉE 30 MINUTES

Aucun document n'est autorisé, les calculatrices sont interdites.

Exercice 1 Calculer les limites suivantes.

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{x - 1}$.

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x - 1} - x)$.

Exercice 2 Déterminer les nombres réels a et b de sorte que la fonction f donnée ci-dessous soit continue sur \mathbb{R} :

$$f(x) = \begin{cases} e^{1/x} + a & \text{si } x < 0 \\ \arccos x + b & \text{si } x \in [0, 1] \\ \arctan x & \text{si } x > 1 \end{cases} .$$

Exercice 3 Peut-on prolonger en une fonction continue sur le demi-axe $]0, +\infty[$ la fonction f définie pour $x \in]0, 1[\cup]1, +\infty[$ par la relation

$$f(x) = \frac{\ln x}{x - 1} \quad ?$$

Justifier votre réponse.

Analyse - lundi 5 décembre 2011, 15h30 - 16h00

INTERROGATION N°3 : DURÉE 30 MINUTES

Aucun document n'est autorisé, les calculatrices sont interdites.

Exercice 1 Calculer les limites suivantes.

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{x - 1}$.

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x - 1} - x)$.

Exercice 2 Déterminer les nombres réels a et b de sorte que la fonction f donnée ci-dessous soit continue sur \mathbb{R} :

$$f(x) = \begin{cases} e^{1/x} + a & \text{si } x < 0 \\ \arccos x + b & \text{si } x \in [0, 1] \\ \arctan x & \text{si } x > 1 \end{cases} .$$

Exercice 3 Peut-on prolonger en une fonction continue sur le demi-axe $]0, +\infty[$ la fonction f définie pour $x \in]0, 1[\cup]1, +\infty[$ par la relation

$$f(x) = \frac{\ln x}{x - 1} \quad ?$$

Justifier votre réponse.