Université Lille 1 **2011/2012**
L1 MASS

Analyse - lundi 7 novembre 2011, 15h30 - 16h00

–

INTERROGATION N°2 : DURÉE 30 MINUTES

Aucun document n'est autorisé, les calculatrices sont interdites.

Exercice 1 Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{u_n^2+1}{2}$.
1. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leq 1$.
2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n-1)^2}{2}$. En déduire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge.
3. On note l la limite de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$. Déterminer l.

Exercice 2 Calculer les limites suivantes :
1. $\lim_{n\to+\infty} n(\sqrt{n^2+2} - n)$
2. $\lim_{n\to+\infty} \frac{(\sin(n))^n}{\sqrt{n}}$.
3. $\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \ldots + \frac{1}{2^n}$.

Exercice 3 Donner la définition d'une suite de Cauchy.