

Analyse - lundi 10 octobre 2011

INTERROGATION N°1 : DURÉE 30 MINUTES

**Exercice 1** Soit  $A = \{\frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^*\}$  et  $B = \{p^2, p \in \mathbb{Z}\}$ .

1. Déterminer tous les majorants et tous les minorants de  $A$  et de  $B$ . (justifier)
2. Déterminer  $\sup A$ ,  $\sup B$ ,  $\inf A$  et  $\inf B$  s'ils existent.
3. Déterminer, s'ils existent, les plus grands éléments et les plus petits éléments de  $A$  et de  $B$ .

**Exercice 2** Soient  $a$  et  $b$  deux rationnels positifs tels que  $\sqrt{a}$  et  $\sqrt{b}$  soient irrationnels. Montrer que  $\sqrt{a} + \sqrt{b}$  est irrationnel.

(Indication : on pourra supposer que  $r = \sqrt{a} + \sqrt{b}$  est rationnel et chercher une contradiction en calculant  $(r - \sqrt{a})^2$  de deux manières différentes).

**Exercice 3** Soit  $a = 1,566666666666\dots$ . Le nombre réel  $a$  est-il rationnel ou irrationnel ? (On pourra essayer d'écrire le nombre réel  $a$  sous la forme  $\frac{p}{q}$  avec  $q \in \mathbb{N}^*$  et  $p \in \mathbb{Z}$ ...).

**Exercice 4** (Question de cours) : Que signifie le fait que  $\mathbb{R}$  est archimédéen ?

Analyse - lundi 10 octobre 2011

INTERROGATION N°1 : DURÉE 30 MINUTES

**Exercice 1** Soit  $A = \{\frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^*\}$  et  $B = \{p^2, p \in \mathbb{Z}\}$ .

1. Déterminer tous les majorants et tous les minorants de  $A$  et de  $B$ . (justifier)
2. Déterminer  $\sup A$ ,  $\sup B$ ,  $\inf A$  et  $\inf B$  s'ils existent.
3. Déterminer, s'ils existent, les plus grands éléments et les plus petits éléments de  $A$  et de  $B$ .

**Exercice 2** Soient  $a$  et  $b$  deux rationnels positifs tels que  $\sqrt{a}$  et  $\sqrt{b}$  soient irrationnels. Montrer que  $\sqrt{a} + \sqrt{b}$  est irrationnel.

(Indication : on pourra supposer que  $r = \sqrt{a} + \sqrt{b}$  est rationnel et chercher une contradiction en calculant  $(r - \sqrt{a})^2$  de deux manières différentes).

**Exercice 3** Soit  $a = 1,566666666666\dots$ . Le nombre réel  $a$  est-il rationnel ou irrationnel ? (On pourra essayer d'écrire le nombre réel  $a$  sous la forme  $\frac{p}{q}$  avec  $q \in \mathbb{N}^*$  et  $p \in \mathbb{Z}$ ...).

**Exercice 4** (Question de cours) : Que signifie le fait que  $\mathbb{R}$  est archimédéen ?