

Algèbre 2: Devoir Surveillé No. 3

Documents, calculatrices et portables non autorisés

Durée 30 minutes

Exercice 1 Soit f une application linéaire de $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, qui admet pour matrice dans la base canonique de \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

1. Déterminer B , la matrice de f dans la base $((1, 0, -1), (0, 1, 1), (1, 0, 1))$.
2. Donner T , la matrice de passage de la base $((1, 0, -1), (0, 1, 1), (1, 0, 1))$ à la base canonique. Donner T^{-1} , la matrice de passage de la base canonique à la base $((1, 0, -1), (0, 1, 1), (1, 0, 1))$.
3. Exprimer A en fonction de B , T et T^{-1} . En déduire A^n en fonction de n , pour tout $n \in \mathbb{N}$.