
Devoir Surveillé no. 1 (Maths Appliquées)

17 Mars 2011

Exercice 1 Les questions sont indépendantes :

- (1) Pour f fonction de deux variables, écrire l'expression de $\frac{\partial f}{\partial x}(2, 3)$ comme limite d'un quotient.
(2) Déterminer puis tracer les courbes de niveau de la fonction donnée par

$$f(x, y) = \sqrt{36 - 9x^2 - 4y^2}$$

pour les valeurs de la constante $k = -1, 0, 6, 7$.

Exercice 2 Déterminer les domaines de définition des fonctions suivantes et représenter ces domaines graphiquement dans le plan (x, y) :

$$f(x, y) = \frac{y}{\sin(x)} \quad , \quad g(x, y) = \ln(x^2 - 2x + y^2)$$

Exercice 3 On considère la fonction de deux variables donnée par

$$f(x, y) = \sin(x^2 + \sqrt{y})$$

Déterminer toutes ses dérivées partielles premières et secondes

$$\frac{\partial f}{\partial x} \quad , \quad \frac{\partial f}{\partial y} \quad , \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \quad , \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$$

Exercice 4 Laquelle des deux fonctions suivantes est continue en $(0, 0)$:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy\sqrt{xy}}{x^3+y^3}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases} \quad , \quad g(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Justifier votre réponse.

Exercice 5 Déterminer les limites des suites suivantes :

$$u_n = \frac{2n + (-1)^n}{3n + \sin(n)} \quad , \quad v_n = \frac{\cos(e^n)}{n} \quad , \quad w_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{\sqrt{n^2 + k}}$$

(Justifier votre réponse)

Exercice 6 Donner l'exemple d'une suite dont les termes sont positifs et qui n'est pas majorée mais qui ne tend pas vers l'infini.