

---

## Droites et Plans dans l'Espace

---

En abrégé : équation cartésienne = e.c.

**Exercice 1** Montrer que pour tous vecteurs du plan  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ , on a

$$\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 + \|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = 2\|\vec{u}\|^2 + 2\|\vec{v}\|^2$$

**Exercice 2** Donner une e.c. de la droite du plan :

- (1) passant par  $A(2, -3)$  et  $B(4, -5)$
- (2) passant par  $C(1, -3)$  et parallèle au vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ .
- (3) passant par  $A(-2, 5)$  et de pente 2
- (4) passant par  $C(1, -3)$  et perpendiculaire au vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

**Exercice 3** On considère le rectangle  $(ABCD)$  ; on donne les points  $A(-2, 1)$  et  $C(-1, -2)$ . Donner un vecteur directeur de la droite  $D(A, C)$  puis l'e.c. de la droite  $\Delta$  passant par les milieux respectifs  $I$  et  $J$  des côtés  $AC$  et  $BD$  ainsi qu'un vecteur directeur de  $\Delta$ .

**Exercice 4** On considère les droites  $D_1 : x - y + 1 = 0$  et  $D_2 : mx + y + 3 = 0$ ,  $m$  un paramètre réel. Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de  $D_1$ , puis de  $D_2$ . Trouver  $m$  de sorte que ces deux droites soient orthogonales.

**Exercice 5** Soit  $A(2, -1)$  et  $B(-2, 3)$  deux points du plan. Déterminer l'ensemble  $C_k$  des points  $M(x, y) \in \mathbb{R}^2$  tels que  $\vec{AM} \cdot \vec{BM} = k$ , où  $k$  est un paramètre réel. Représenter graphiquement les ensembles  $C_1, C_{-4}, C_{-8}$ .

**Exercice 6** Montrer que les trois points  $A(4, -1, 3)$ ,  $B(3, 2, -1)$  et  $C(-1, 3, 2)$  ne sont pas alignés. Déterminer ensuite une e.c. du plan  $P$  passant par ces trois points.

**Exercice 7** Déterminer une e.c. du plan  $P$  passant par le point  $A(3, -1, 4)$  et de vecteurs directeurs  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

**Exercice 8** Donner un point et un vecteur directeur de la droite d'équation

$$\begin{cases} x - 4y - z + 9 = 0 \\ 2x - z - 3 = 0 \end{cases}$$

**Exercice 9** Montrer que les deux droites

$$D_1 : \begin{cases} x = 2z + 1 \\ y = z - 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad D_2 : \begin{cases} x = z + 2 \\ y = 3z - 3 \end{cases}$$

se coupent, et donner une e.c. du plan qu'elles déterminent.