

---

# Fonctions de Deux Variables

## Domaine de Définition, Graphe, Courbes de niveau, Continuité

---

**Exercice 1** Déterminez les domaines de définition des fonctions suivantes et représentez les dans le plan :

$$f(x, y) = \frac{1}{\ln(x - y + 2)} \quad , \quad g(x, y) = \sqrt{x^2 - y^2} \quad , \quad h(x, y) = \frac{x^6 - y^2}{2xy + y^2}$$

**Exercice 2** Décrivez les courbes de niveau des fonctions suivantes :

$$f(x, y) = xy \quad , \quad g(x, y) = \frac{x}{y} \quad , \quad h(x, y) = \sqrt{36 - 9x^2 - 4y^2}$$

**Exercice 3** Dessinez le graphe des fonctions :

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} \quad , \quad g(x, y) = \ln(x^2 + y^2) \quad , \quad h(x, y) = \sin \sqrt{x^2 + y^2}$$

**Exercice 4** Ecrire en terme des coordonnées cartésiennes l'équation de la sphère de rayon  $R$  centrée au point  $A = (a, b, c)$ .

**Exercice 5** Calculez à l'aide des coordonnées sphériques

$$\lim_{(0,0,0)} \frac{xyz}{x^2 + y^2 + z^2}$$

**Exercice 6** Calculez la limite, si elle existe, ou démontrez qu'elle n'existe pas

$$\lim_{(0,0)} \frac{2x^2y}{x^4 + y^2} \quad , \quad \lim_{(0,0)} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} - 1}$$

**Exercice 7** Déterminez une équation en coordonnées cylindriques de l'ellipsoïde

$$4x^2 + 4y^2 + z^2 = 1$$

**Exercice 8** Déterminez les surfaces d'équations données :

$$(a) \quad \rho \cos \phi = 2$$

$$(b) \quad \rho^2 - 6\rho + 8 = 0$$

**Exercice 9** Représentez le solide décrit par les inéquations

$$r^2 \leq z \leq 2 - r^2$$

**Exercice 10** Ecrivez l'équation  $x^2 + y^2 = 2y$  en coordonnées cylindriques puis en coordonnées sphériques.