

Exposé à la Rencontre annuelle du GDR 2875

Carlos MORAGA FERRÁNDIZ

Titre : *Auto-glissements* et le problème d'isotopie des 1-formes fermées non-singulières.

Résumé : La théorie de la pseudo-isotopie est en relation avec le problème de savoir si deux fonctions sans point critique $f_0, f_1 : N \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ sur une variété compacte sont toujours isotopes ; ce problème fut résolu par Cerf (voir [Ce]) quand N est simplement connexe. Pour N quelconque, Hatcher et Wagoner ont trouvé des obstructions dans un groupe $\text{Wh}_2(\pi_1 M)$, qui vit dans la K-théorie de l'anneau de groupe $\mathbb{Z}[\pi_1 M]$ (voir [HW]). Tous deux dans le contexte de la grande dimension : $\dim(N) \geq 5$.

On transporte certaines idées de la théorie de la pseudo-isotopie pour attaquer le problème de savoir combien de classes d'isotopie des 1-formes fermées non-singulières α peut-on trouver dans $u = [\alpha] \in H^1(M; \mathbb{R})$, une classe de cohomologie de de Rham fixée, aussi quand $\dim(M) \geq 6$. L'approche au problème à travers les chemins génériques $(\alpha_t)_{t \in [0,1]}$ des 1-formes fermées s'impose naturellement et on les équipe avec un chemin $(\xi_t)_{t \in [0,1]}$ de pseudo-gradients adaptés qui est L -transverse où $L > 0$ est assez grand.

Nous expliquerons la signification de la L -transversalité, et comment elle permet de définir une famille à un paramètre de complexes (tronqués) de Morse-Novikov en dehors d'un ensemble fini d'instantants où on trouve soit une singularité de type *naissance-élimination*, soit un L -glissement. Le comptage de l'effet algébrique de ces singularités sur les complexes tronqués devrait conduire à une obstruction algébrique au problème d'isotopie des 1-formes fermées non-singulières de type Wh_2 d'une façon similaire à celle qui donnait l'obstruction dans le contexte des fonctions sans-point critique. On se concentrera ainsi sur la géométrie d'un *auto-glissement*, phénomène qui n'apparaissait pas dans le cadre des fonctions, ainsi que sur son effet algébrique sur les complexes de Morse-Novikov tronqués (voir [Mo]).

Si le temps le permet, on ébauchera comment on peut déformer un chemin de 1-formes à extrémités non-singulières et à deux indices critiques $i, i + 1$ sur un autre en *forme normale* : son graphique de Cerf-Novikov est *fermé* et les singularités qui naissent ensemble, meurent ensemble. Il s'agit du premier pas pour définir l'obstruction de type Wh_2 .

Références

- [Ce] J. CERF, *La stratification naturelle des espaces de fonctions différentiables réelles et le théorème de la pseudo-isotopie*, Publication mathématique de l'IHÉS, n°39, 1970.
- [HW] A. HATCHER & J. WAGONER, *Pseudo-Isotopies of Compact Manifolds*, Astérisque 6, 1973.
- [Mo] C. MORAGA FERRÁNDIZ, *Contribution à une théorie de Morse-Novikov à paramètre*, Thèse de doctorat (pas encore publiée, soutenance prévue le 12 octobre 2012).